Matemáticas Financieras

Merino, L.
Vallejo, L.
Garrido, Y.

Año 2019

Matemáticas Financieras

Matemáticas Financieras

Luis Gonzalo Merino Chávez
Luz Maribel Vallejo Chávez
Irma Yolanda Garrido Bayes

IDI INSTITUTO DE INVESTIGACIONES

DIRECCIÓN DE PUBLICACIONES

Matemáticas Financieras

Luis Gonzalo Merino Chávez

Luz Maribel Vallejo Chávez

Irma Yolanda Garrido Bayes

Panamericana Sur, kilómetro 1 ½

Instituto de Investigaciones

Dirección de Publicaciones Científicas

Riobamba, Ecuador

Teléfono: 593 (03) 2 998-200

Código Postal: EC0600155

Aval ESPOCH

Este libro se sometió a arbitraje bajo el sistema de doble ciego

(peer review)

Corrección y diseño

Editorial Politécnica ESPOCH

Impreso en Ecuador

CDU: ______________
Matemáticas Financieras
Riobamba: Escuela Superior Politécnica de Chimborazo
Instituto de Investigaciones
Dirección de Publicaciones, Año 2019
100 pp. vol: 1 17 x 24 cm ISBN: ……-……..-………-……..
Texto al que corresponde el o los CDU

Prólogo

En el mundo contemporáneo, la globalización, los cambios tecnológicos y la comunicación, constituyen características relevantes de la sociedad actual, que son determinantes para el funcionamiento económico, financiero y cultural de los países. En este contexto, evolucionan las matemáticas financieras constantemente, en la medida que cambia el escenario sobre el cual actúan.

Este libro, que es el resultado de la experiencia de los autores, a consideración de los lectores, docentes, estudiantes y personas interesadas en el capo de las finanzas, tiene como objetivo proporcionar al estudiante una guía de estudio que facilite el conocimiento y aplicación de las matemáticas financiera, a través de un compendio de temas fundamentales en el campo de las finanzas, necesario para entender el mundo de los negocios y el escenario donde se desarrolla. Con este fin, se utiliza un lenguaje claro, sencillo, práctico, con conceptos y casos resueltos paso a paso para facilitar la comprensión del estudiante.

Esta obra puede ser de utilidad en las carreras de Contabilidad y Auditoría, Administración de Empresas, Finanzas y Marketing, y otras carreras en las Universidades y Escuelas Politécnicas, que requieran conocimientos y aplicación de las matemáticas financieras, ofreciendo una guía de estudio que facilite la comprensión y entendimiento de los principales temas relacionados a este campo, ya que la misma constituye una guía para el estudiante, que le permite familiarizarse con conceptos, fórmulas y aplicaciones de las Matemáticas Financieras, en introducción a las finanzas y ciencias administrativas, contables y económicas.

Finalmente, aspiramos que esta guía logre satisfacer las expectativas de sus lectores en las matemáticas financieras, el cálculo de operaciones financieras con un procedimiento paso a paso.

Los autores

Índice general

Pág

Contenido

Introducción

La presente obra facilita la adquisición de conocimientos de la asignatura de Matemáticas Financieras, el análisis y valoración de las operaciones financieras, disciplina que se imparte en la formación de profesionales en los campos de: Contabilidad y Auditoría, Administración de Empresas, Finanzas y Marketing, y otras diferentes carreras en las Universidades y Escuelas Politécnicas.

Los contenidos incluidos en este libro se han elaborado para facilitar el aprendizaje a través del desarrollo de ejercicios prácticos resueltos y casos propuestos, permitiendo al estudiante autoevaluar su conocimiento con los resultados o solucionar ejercicio propuestos; para tal efecto se ha estructurado el libro en seis capítulos:

El Capítulo I: se definen las generalidades en el cálculo de porcentajes, progresiones aritméticas y geométricas, temas que sirven como base para el aprendizaje de las próximas unidades.

El Capítulo 2: se relaciona al interés simple, cálculo del interés, la tasa, el tiempo, valor presente y valor futuro en las diferentes modalidades de tiempo, en relación a los años comercial y calendario.

El Capítulo 3: hace referencia a los cálculos de interés compuesto.

El capítulo 4: estudia las anualidades, el cálculo de cada pago o renta, cálculo del valor presente y valor futuro y períodos de gracia.

El capítulo 5: analiza los pagos y depósitos que debe hacerse en cada intervalo de tiempo, tablas de amortización y fondos de amortización, se calculan los derechos del acreedor y del deudor.

El Capítulo 6: estudia los bonos, el precio de los bonos, valor de los cupones, negociación de bonos a la par, sobre el par y bajo la par; culminando el estudio con el cálculo de los bonos cupón cero.

Finalmente, el libro contiene un valor agregado para los docentes, estudiantes y lectores en el escenario donde se desarrollan las matemáticas financieras, que requieran de un cálculo, análisis y estudio para la toma de decisiones financieras, tales como: endeudamiento, inversiones, amortizaciones, entre otros, que en una economía con cambios en innovaciones imponen nuevos retos financieros que cobran vital importancia.

Los autores

CAPÍTULO I. GENERALIDADES

Para la comprensión del contenido de este capítulo, es fundamental recordar las matemáticas básicas, en especial temas relacionados con porcentaje, logaritmos, progresiones aritméticas y geométricas. En el desarrollo de este tema, se presentan ejercicios prácticos resueltos y ejercicios propuestos.

Objetivo general

- ✓ Facilitar la comprensión de las matemáticas básicas con ejercicios y temas relacionados a porcentajes, progresiones aritméticas y geométricas, para una mejor comprensión en el estudiante.

Objetivos específicos

- ✓ Aplicar el concepto de porcentaje en casos prácticos.
- ✓ Practicar logaritmos a las variables (n e i).
- ✓ Aplicar el concepto de progresiones aritméticas en casos prácticos.
- ✓ Ejercitar las ecuaciones básicas.

1.1. Porcentajes

En matemáticas financieras se llama porcentaje, a la proporcionalidad que se establece en relación a cada cien unidades. Radica en expresar un número sobre 100 (porciento, que significa "de cada 100") y se representa con el símbolo %.

El número que se expresa en forma decimal es representado en porcentaje, a partir del número entero, con el signo %: (6 %), o corriendo dos números hacia la derecha así: 0,06.

6 %	Significa 6 unidades de cada 100	Se expresa $\frac{6}{100} = 0{,}06$
40 %	Significa 40 unidades de cada 100	Se expresa $\frac{40}{100} = 0{,}4\ o\ 0{,}40$
0,5 %	Significa tomar 0,5 unidades de cada 100	Se expresa $\frac{0.5}{100} = 0{,}005$
100 %	Significa el mismo número, es su totalidad	
100 %	De 60 es 60	

1.1.1 Cálculo de porcentajes

Existen dos tipos de procedimientos mayormente utilizados para el cálculo de porcentaje:

1) Si se tiene un porcentaje con respecto a un valor absoluto, se calcula otro valor absoluto.
   Para resolver este caso, se aplica la regla de tres simple: ejemplo, el 30 % de 500; por regla de tres simple, será:

$$\left.\begin{array}{l} 100\ \% \longrightarrow 500 \\ 30\ \% \longrightarrow \text{X} \end{array}\right\} \longrightarrow x = \frac{500 * 30\ \%}{100\ \%} = 150\ \%$$

2) Dado un valor absoluto resultante, se pide calcular el porcentaje respecto de un valor.
   Para resolver este caso, se divide el valor absoluto resultante entre el valor dado, multiplicado por cien, ejemplo.
   a) ¿Qué porcentaje de 600 es 72?

$$\frac{72}{600} * 100 = 12\ \%$$

b) ¿De qué valor es de 72 el 12 %?

$$\frac{72}{12\ \%} = 600$$

1.1.2 Una cantidad más un porcentaje y una cantidad menos un porcentaje

En ocasiones se desea calcular, ¿cuál es el resultado de una cierta cantidad más un porcentaje o menos un porcentaje?; cualquiera que fuera la cantidad se entiende que está representada por el 100 %; a este porcentaje se añade o se disminuye el porcentaje requerido según sea el caso.
Así, por ejemplo, si deseamos saber cuál será el valor de $ 400,00, más el 20 %.
Se entiende en términos de porcentaje, que los $ 400 representa el 100 %, es decir, que el 100 % se suma el 20 %, así se obtiene el valor requerido; también se calcula el resultado multiplicando los 400 por 120 % o por 1,2; la respuesta, en este caso, es $ 480,00.

Igualmente, si deseamos saber cuál será el valor de $ 400,00, menos el 20 %.
Se entiende en términos de porcentaje, que los $ 400 representa el 100 % es decir, que el 100 % se resta el 20 %, así se obtiene el valor requerido, también se calcula el resultado multiplicando los 400 por 80 % o por 0,8 la respuesta, en este caso es $ 320,00.

Ejercicios resueltos

1) El sueldo básico del Sr. A es mayor que el sueldo básico de Sr. B con el 20 %. Después de un tiempo, al sr. A le incrementan el 25 % y a B el 30 %.
   a) En qué % B es menor que A antes del incremento.
   b) En qué % A es mayor o menor que B después del incremento.
   c) En qué % B es mayor o menor que A después del incremento.

Desarrollo:

Antes de resolver el ejercicio, se procede a dar equivalencias tanto, al Sr. A como a al Sr. B:

B1 = B1 sueldo de B antes del incremento (representa el 100 %)
A1 = B1 + 20 % = 1,20 B1 sueldo de A antes del incremento
A2 = 1,20 B1 *1,25 = 1,50 B1 Sueldo de A después del incremento
B2 = B1 + 30 % = 1,30 B1 Sueldo de B después del incremento

Luego de obtener las equivalencias, se resuelve el ejercicio, con una regla de tres simplificada, es decir, en el numerador siempre irá el valor que se va a comparar y en el denominador el valor con el que se compara; así, en el literal a) el valor que se va a comparar es B y el valor con el que se va a comparar es A; a este resultado se restará uno, e1 cual representa el 100 %. Si el nuevo valor es positivo el resultado es mayor, si la respuesta es negativa el resultado es menor. Se representa de la siguiente manera:

a) En qué % B es menor que A antes del incremento.

$$\frac{B1}{1{,}20B1} - 1 = (0{,}833333 - 1) = -16{,}67\ \%$$

Respuesta: significa que B es menor comparado con A en un 16,67 %.

b) En qué % A es mayor o menor que B después del incremento

$$\frac{1{,}50B1}{1{,}30B1} - 1 = (1{,}1538 - 1) = 15{,}38\ \%$$

Respuesta: expresa que A es mayor que B en un 15,38 %.

c) En qué % B es mayor o menor que A después del incremento

$$\frac{1{,}30B1}{1{,}50B1} - 1 = (0{,}66667 - 1) = -13{,}33\ \%$$

Respuesta: B es menor que A después del incremento en el 13,33 %.

2) B es el 74 % de A; C es el 68 % de B; D es el 64 % de C
   a) Qué % de A es D; que % es D con relación a A
   b) Qué % de D es B; que % es B con relación a D
   c) En qué % D es mayor o menor que A
   d) En qué % B es mayor o menor que D

Desarrollo:

A igual que en el ejercicio anterior, primero se desarrollan las equivalencias:

A = A	Representa el 100 %
B = 0,74A	Es el valor de B
C =0,74A*0.68 = 0,5032A	Es el valor de C
D = 0,5032A*0,64 = 0,322048A	Es el valor de D

a) Qué % de A es D; qué % es D con relación a A

$$\frac{0{,}322048A}{A} = 0{,}322048 * 100 = 32{,}20\ \%$$

Respuesta: D es el 32,20 % de A.

b) Qué % de D es B; que % es B con relación a D

$$\frac{0{,}74A}{0{,}322048A} = 2{,}2978 * 100 = 229{,}78\ \%$$

Respuesta: B es el 229,78 % de D.

c) En qué % D es mayor o menor que A

$$\frac{0{,}322048\mathrm{A}}{A} - 1 = (0{,}322048 - 1) = -67{,}78\ \%$$

Respuesta: D es menor que A en un 47,78 %.

d) En qué % B es mayor o menor que D

$$\frac{0{,}74A}{0{,}322048A} - 1 = (2{,}2978 - 1) = 129{,}78\ \%$$

Respuesta: B es mayor que D en un 129,78 %.

1.1.3 Ejercicios prácticos de porcentajes

1. Resolver

a) 4 % de 300

b) 8,5 % de 900

c) 9,125 % de 1 200

d) 7,0625 % de 10 000

e) 16,25 % de 20 000

f) 30,33 % de 30 000

g) 300% de 4 000

h) 45,25 % de 6 000

i) 0,25 % de 5 000

Respuestas: 12; b) 76,5; c) 109,50; d)706,25; e) 3250; f) 9 099; g) 12 000; 2 715; i) 12,50

2. ¿Qué porcentaje de:

a) 1 200 es 240?

b) 10 000 es 90?

c) 50 es 0,40?

d) 40 000 es 5 000?

Respuestas: 20 %; b) 0,9 %, c) 80 %; d) 12,5 %

3. ¿De qué cantidad es

a) 12 el 30 %?

b) 20 el 2,5 %?

c) 300 el 9,75 %?

d) 2 500 el 4,75 %?

e) 55 el 3 ,125 %?

f) 1 800 el 0,05 %?

Respuestas: 40; b) 800; c) 3 076,92; d) 52 631,58; e) 1 760; f) 3 600 000

2. El precio del artículo A es igual a su número de lista multiplicado por $ 6 000; el Artículo B cuesta 3 veces más que el artículo A; el artículo C cuesta 0,5 veces menos que el artículo A. ¿Cuál es el precio en dólares del artículo B?; ¿Cuál es el precio en dólares del artículo C?.

El número de lista es $ 29

Respuesta: $ 696 000 precio de B; $ 87 000 precio de C

3. B es el 20 % de A; C es el 30 % de B; D es el 40 % de C
   a) Qué % de B es D
   b) Qué % de A es D
   c) Qué % de D es B

Respuesta: a) 12 %; b) 2,40 %; c) 833,33 %

1.2 Progresiones

Es una sucesión de términos que se obtiene del anterior: sumando, restando, multiplicando o dividiendo un valor denominado constante o razón. Existen dos tipos de progresiones; las aritméticas y las geométricas; las cuales se explica a continuación:

1.2.1. Progresiones Aritméticas.

Sucesiones de números, llamados términos, tales como:

a) 5, 8, 11,14, 17, 20, 23

b) 50, 46, 42, 38, 34, 30, 26, 22

En las progresiones del ejemplo, cualquier término posterior al primero es obtenido a partir del término anterior, mediante la suma de un número constante llamado diferencia común. Así, en la opción a) tiene 7 términos, el primero es 5 y cada uno de los términos siguientes se obtiene sumando la diferencia común 3 al término anterior. En la opción b) tiene 8 términos, el primero es 50 y cada uno de los siguientes se obtiene sumando la diferencia común (-4), al término anterior.

El último valor, tiene relación con el número de términos n, es decir, para encontrar el último término, se aplica la siguiente fórmula 1.1.

$$u = a + (n - 1)d \qquad (1.1)$$

Donde:

$u = último\ término$

$a = primer\ término$

$n = número\ de\ términos$

$d = diferencia\ común$

Así, por ejemplo, para encontrar el término 7 de la opción a) se aplica la fórmula de la siguiente forma:

$u = 5 + (7 - 1)3$

$u = 5 + 18 = 23$

Si queremos encontrar el término 8 de la opción b) se aplica la fórmula de la siguiente manera:

$u = 50 + (8 - 1) - 4$

$u = 50 - 28 = 22$

1.2.1.1. Suma de una progresión aritmética

La adición de una sucesión aritmética se calcula con la siguiente fórmula 1.2.

$$S = \frac{n}{2}(a + u) \qquad (1.2)$$

Ejemplo 1

Calcular la sumatoria de los veinte primeros términos de la sucesión aritmética 12; 18; 24; 30;…

$$S = \frac{n}{2}(a + u)$$

Primero, se calcula el último término.

$a = 12; n = 20; d = 6$

$u = a + (n - 1)d$

$u = 12 + (20 - 1)(6)$

$u = 12 + 114$

$u = 126$

Luego se aplica la fórmula de la suma.

$$S = \frac{n}{2}(a + u)$$

$$S = \frac{20}{2}(12 + 126)$$

$S = 10(12 + 126)$

$S = 10(138)$

$S = 1\ 380$

Ejemplo 2

El señor Díaz compra un vehículo para su empresa y cancela el fin del primer mes \$ 2 000; al finalizar del segundo mes \$ 1 950; al terminar el tercer mes \$ 1 900. ¿Cuánto cancelará por la adquisición de una camioneta, si debe realizar 18 pagos?

Desarrollo:

2 000; 1 950; 1 900… es una sucesión aritmética con un término constante de -50

$$u = a + (n - 1)d$$

$$u = 2\ 000 + (18 - 1) * (-50)$$

$u = 2\ 000 + (18 - 1) * (-50)$

$u = 2\ 000 - 850$

$u = 1\ 150$

$$S = \frac{n}{2}(a + u)$$

$S = \frac{18}{2}(2\ 000 + 1\ 150) = \$\ 28\ 350.$ **Respuesta**

1.2.2. Progresiones Geométricas.

Según Ayres (1991), progresiones aritméticas es “una sucesión de numero llamados términos, tales como, 6,11,16,21,26,31, 36,41, en el cual, cualquier término posterior de primero puede ser obtenido del término anterior mediante la suma de un número constante llamado diferencia común (5)” (p.32).

En este orden de ideas Villalobos (2012) manifiesta “Una progresión es aritmética si cada término es igual al anterior más una constante *d,* llamada diferencia común, e decir si el enésimo término es: $a_n = a_{n-1} + d$” (p. 60)

Se constituye por una secuencia de números, cada uno de ellos proviene del anterior multiplicando o dividiendo por un número constante denominado “razón de la sucesión”.

Así:

- 4; 8; 16; 32; 64; 128; es una sucesión geométrica ascendente, su término constante es 2.
- 500; 250; 125; 62,50; 31,25; 15,625; 7,8125… se trata de una sucesión geométrica descendente, su término constante es 0,5.

1.2.2.1 Último término de una sucesión geométrica

La fórmula para encontrar el último término de una sucesión geométrica es:

$u = a * r^{n-1}$

Donde:

u= último término

a= primer término

r= razón o factor

n= número de términos

Ejemplo 3

Calcular el término 10 de la siguiente progresión

2; 6; 18; 54;……

Desarrollo:

Aplicando la fórmula se obtiene:

$u = 2 * 3^{10-1}$

$u = 2 * 3^{9}$

$u = 2 * 19\ 683$

Respuesta: $u = 39\ 366$

1.2.2.2. Suma de una progresión geométrica

Para esta operación existen dos fórmulas:

$$s = \frac{a*r^n - a}{r-1} \tag{1.3}$$

Está fórmula se aplica cuando la razón de la progresión es mayor que uno.

$$s = \frac{a - a*r^n}{1-r} \tag{1.4}$$

Esta fórmula se aplica cuando la razón de la progresión es menor que uno.

Ejemplo 4

Encontrar la suma de los 10 primeros términos del ejercicio anterior:

Desarrollo:

Es aplicable la fórmula 1.4 cuyo término constante es superior a uno:

$$s = \frac{2 * 3^{10} - 2}{3 - 1}$$

$$s = \frac{118\ 098 - 2}{2}$$

Respuesta: $s = 59\ 048$

Ejemplo 5

Calcular la sumatoria de los 10 primeros términos de la progresión que sigue:

1 000; 500; 250; 125…

Se aplica la fórmula 1.4, donde el término constante es menor que uno:

$$s = \frac{a - a * r^n}{1 - r}$$

$$s = \frac{1\ 000 - 1\ 000 * 0{,}5^{10}}{1 - 0{,}5}$$

$$s = \frac{1\,000 - 0{,}9765625}{0{,}5}$$

Respuesta: $s = 1\,998{,}05$

1.3 Logaritmos

El logaritmo proviene de una operación denominada potenciación; si decimos que $2^3 = 8$ entonces, el $log.8_2 = 3$. Se demuestra que la potenciación es el resultado de la logaritmación; la base de la potencia que es 2; se convierte en base para el logaritmo; 8 en potenciación se denomina potencia; mientras que, en logaritmación se denomina número del logaritmo. En la potenciación el 3 se denomina exponente y en la logaritmación se denomina logaritmo. Por consiguiente, el logaritmo de un número de una base determina el exponente, que eleva la base para obtener el número, es la función matemática inversa de la función exponencial, de la siguiente forma:

2^n=8

$n * log2 = \log 8$

$$n = \frac{\log\ 8}{\log 2}$$

$$n = \frac{0{,}903089}{0{,}301029}$$

$n = 3$

1.3.1. Propiedades de los logaritmos

- El logaritmo de una multiplicación de dos o más números positivos es igual a la adición de los logaritmos de dichos números. (X)*(Y) = Log X + Log Y.
- El logaritmo es el resultado de dividir dos números positivos; es igual al logaritmo del numerador restado el logaritmo del denominador; log. X/Y = log X – log Y.
- El logaritmo de una potencia de un número positivo es equivalente a la multiplicación del logaritmo del número multiplicado por el exponente de la potencia: $log.X^n = n * log.X$
- El inverso del logaritmo de un número es igual al logaritmo de su recíproco, se utiliza para encontrar el logaritmo de un número decimal inferior a 1, o cuando el signo negativo aparece anteponiendo un logaritmo.

Ejemplo 6

Calcular ***i*** de

$(1 + i)^{10} = 2{,}367363675$

Desarrollo:

Al aplicar una de las propiedades de logaritmos en ambos miembros se tiene:

$10 * \log(1 + i) = log\ \ 2{,}367363675$

$\log(1 + i) = \frac{log\ \ 2{,}367363675}{10}$

$\log(1 + i) = \frac{0{,}374264979}{10}$

$\log(1 + i) = 0{,}037416497$

Como el resultado es menor que 1, se aplica antilogaritmo y se obtiene:

$1 + i = 1{,}09$

Luego, el 1 que está sumando a i pasa al otro miembro de la ecuación restando así:

Respuesta: $i = 1{,}09 - 1 = 0{,}09 = 9$ %.

Ejemplo 7

Calcular el valor de *n* de:

$(1 + 0{,}09)^n = 2{,}367363675$

Desarrollo:

$n * \log\ (1{,}09) = log\ 2.367363675$

$n = \frac{log\ 2{,}367363675}{\log\ (1{,}09)}$

$n = \frac{0{,}374264979}{0{,}037426497}$

Respuesta: $n = 10$

1.4 Ecuaciones

Una ecuación es una igualdad entre dos expresiones algebraicas, denominadas miembros o términos, igual en la que surgen valores o datos conocidos y desconocidos, denominados también incógnitas, relacionados con las operaciones matemáticas.

Los valores conocidos, comúnmente son números y las incógnitas, generalmente se, representan con letras; constituyen los valores que se pretende encontrar.

Ejemplo 8

Resolver la siguiente ecuación: $\boldsymbol{4x - 1 = 11 + x}$

La expresión de la izquierda antes del igual se le llama primer miembro y la expresión del lado derecho del igual se llama segundo miembro de la ecuación

La variable X representa la incógnita, mientras que el coeficiente 4 y los números 1 y 11 representan constantes conocidas. La igualdad planteada por una ecuación será cierta o falsa dependiendo de los valores numéricos que adopten ambos miembros; se puede afirmar entonces que una ecuación es una igualdad condicional, en la que solo ciertos valores de las variables la hacen cierta o falsa.

Para el ejemplo propuesto se tiene:

$4x - 1 = 11 + x$

$4x - x = 11 + 1$

$3x = 12$

Respuesta: $x = \frac{12}{3} = 4$.

Recuerde que, al trasladarse los elementos de la ecuación de un lugar, a otro en la ecuación, pasan con signo contrario al indicado en el sitio original; es así, si está restando pasa a sumar; si está multiplicando pasa a dividir. etc.

1.5. Ejercicios propuestos de progresiones

1. Calcule el término 10 y la suma de los 10 primeros términos de las siguientes progresiones aritméticas:
   a) 3; 5; 7…
   b) 20; 24; 28…
   c) 50; 65; 80…
   d) 45; 42; 39…
   e) 60; 54; 48…

Respuestas: a) 21 y 120 b) 56 y 380 c) 185 y 1175 d) 18 y 315 e) 6 y 330

2. Calcule el término 10 y la suma de los 10 primeros términos de las progresiones geométricas descritas a continuación:
   a) 3; 6; 12…
   b) 4; 4,0; 5,76…
   c) 20; 10; 5….
   d) 12; 18; 27…
   e) 10.000; 2,5; 0,625…

Respuestas: a) 1.536 y 3 069 b) 20,64 y 103,83 c) 10.240 y 20.460 d) 461,32 y 1 359,96 e) 2 621 440 y 3'495.250

3. Determine *i* de las siguientes propuestas:
   a) $(1 + i)^{160}$=23,76990696

b) $(1+i)^{80}$=2,216715217

c) $(1+i)^{18}$=3,675804089

d) $(1+i)^{12}$=2,891061616

e) $(1+i)^{-12}$=0,137219525

Respuestas: a) 2 % b) 1 % c) 7,5 % d) 9,25 % e) 18 %

4. Calcule *n* de los siguientes problemas:

$a)$ $(1+0{,}12)^{n}$=897,60

$b)$ $(1+0{,}09)^{n}$=22,25122503

$c)$ $(1+0{,}045)^{n}$=2,208478766

$d)$ $(1+0{,}075)^{n}$=2,381779599

$e)$ $(1+0{,}06)^{-n}$=0,70496054

Respuestas: a) 60; b) 36; c) 18; d) 12; e) 6

CAPÍTULO II. INTERÉS SIMPLE

En la presente unidad, se estudiarán algunas definiciones sobre el interés simple, con sus diferentes elementos: tasa de interés, tiempo, valor presente, valor futuro y sus aplicaciones en el campo de la economía, la administración la contabilidad y las finanzas.

Objetivo general

- ✓ Aprender a calcular el interés simple en sus diferentes formas y realizar aplicaciones prácticas en el día a día de los negocios.

Objetivos específicos

- ✓ Explicar los conceptos de interés simple, tiempo, capital, monto, valor actual, interés, descuento y ecuaciones de valores equivalente.

- ✓ Explicar la diferencia entre descuento real y descuento comercial, y tiempo real y tiempo aproximado.

- ✓ Resolver ejemplos de cálculos de tasa, tiempo, capital, monto, valor actual y descuento a interés simple.

- ✓ Resolver ejemplos de ecuaciones de valores equivalentes a interés simple.

2.1. Definición

El interés es el valor del dinero obtenido por el alquiler de un capital en función de una tasa de interés (i) y el tiempo transcurrido de dicho alquiler. El dinero, como cualquier bien, tiene un precio que es el interés. Éste es el pago por el uso del dinero ajeno y se expresa con la letra I. Según Portus (1997):

> Interés es el alquiler o rédito que se conviene pagar por un dinero tomado en préstamo, que es necesario pagar un precio. Este precio se expresa mediante una suma que se debe pagar por cada unidad de dinero prestado, en una unidad de tiempo convencionalmente, estipulada… convenido a una tasa o tipo de interés (p.17).

En este contexto, Mora (2014) manifiesta que: "El interés está directamente relacionado con la utilización del dinero, que está siempre produciendo más dinero, en función del tipo de interés y del tiempo" (p.32).

Para Miner (2005) explica que: "El tipo de interés es el precio del dinero, la rentabilidad que queremos obtener de nuestras inversiones. Cuando más arriesgada sea una inversión, mayor será la rentabilidad que queremos obtener con la misma" (p.5).

Para Mora (2009): "El interés está directamente relacionado con la utilización del dinero, que está siempre produciendo más dinero, en otras palabras, se dice que el interés es el valor que se paga por el uso de dinero. Mientras que el interés simple es, el interés que genera un capital en un determinado tiempo".

Es el valor que se obtiene cuando los intereses producidos durante el tiempo que dura una inversión se deben únicamente al capital inicial. Cuando se utiliza el interés simple, los intereses son calculados en función únicamente del capital principal, la tasa de interés y el tiempo transcurrido. De las definiciones expuestas se concluye que, el interés está relacionado con el valor que este genera a una tasa y tiempo transcurrido. En tal virtud, el interés es el valor que gana un principal en función de una tasa y el tiempo.

Su fórmula está dada por:

$$I = C * i * t \tag{2.1}$$

Despejando las variables Capital, Tasa y Tiempo se obtienen los siguientes modelos matemáticos:

$$C = \frac{I}{i * t} \tag{2.2}$$

$$i = \frac{I}{C * t} * 100 \tag{2.3}$$

$$t = \frac{I}{C * i} \tag{2.4}$$

Donde:

- I = Es el interés simple
- C = Es el capital
- i = Es la tasa de interés expresada en porcentaje o en decimales
- t = Es el tiempo expresado en años

Reflexión:

Es usual expresar la tasa de interés en períodos de tiempo que no son anuales. Cuando se trata de interés simple, sencillamente se divide tasa para el número de períodos por año. Por ejemplo, para obtener la tasa de interés mensual sólo divida para12 meses, si es diaria se divide para 360 o 365 días del año, según sea el caso. Es importante señalar que, la tasa de interés y el plazo tienen que estar en la misma unidad de tiempo.

2.2. Interés simple exacto y ordinario

Los cambios tecnológicos, económicos, sociales y políticos, en que vive la sociedad actual requieren de actualizaciones emergentes en el campo administrativo y económico, más aún en las finanzas, donde las transacciones internas y externas, las tasas de interés; ofertadas por instituciones financieras, necesitan ser analizadas antes de tomar decisiones.

Esta dinámica da lugar a que las inversiones a plazo fijo (pólizas), se oferten con períodos más cortos de lo que fue en tiempos pasados; los plazos ahora se evalúan en días y no en meses u otras unidades de tiempo más cortas; en estas condiciones, los cálculos operativos se realizan en cuatro formas distintas, que se presenta a continuación:

- Interés exacto – Tiempo ordinario (año comercial)
- Interés exacto – Tiempo exacto (año calendario)
- Interés aproximado – Tiempo ordinario (año comercial)
- Interés exacto – Tiempo exacto (año calendario)

Al evaluar las tasas de interés o de descuento por día, el año puede ser considerado de 360 o 365 días. Al primer caso se le llama interés simple ordinario o comercial y al segundo interés simple exacto o calendario.

El plazo también se evalúa de dos maneras:

a) Con tiempo aproximado, todos los meses contienen 30 días
b) Con tiempo real o exacto, si se contabilizan los días naturales entre las fechas inicial y terminal (31 días).

Es importante señalar, cuando no se especifiquen 31 días, el interés o descuento será evaluado como simple ordinario o comercial con tiempo aproximado (30 días).

Ejemplo 1

Calcular el interés simple bajo las cuatro modalidades explicadas anteriormente, que ganan un capital de $ 10 000,00. Se prestó el primero de marzo de 2018; su plazo de vencimiento es el 25 de noviembre del mismo año; la tasa de interés anual es del 12 % anual.

Desarrollo:

1. Cálculo del tiempo exacto y el tiempo aproximado.

Tabla 2.1. Tiempo exacto y el tiempo aproximado

Tiempo exacto		**Tiempo aproximado**	
Meses	**Número de días**	**Meses**	**Número de días**
Marzo	30	Marzo	29
Abril	30	Abril	30
Mayo	31	Mayo	30
Junio	31	Junio	30
Julio	31	Julio	30
Agosto	31	Agosto	30
Septiembre	30	Septiembre	30
Octubre	31	Octubre	30
Noviembre	25	Noviembre	25
Total días	269	Total días	264

a) **Año comercial tiempo exacto**

Datos:

Capital	10 000
Tasa	12 % anual
Tiempo (exacto)	269 días
Año (comercial)	360 días

Según la expresión 2.1 se llega a las siguientes respuestas, en los ejercicios de los literales a, b, c y d

$$I = 10\,000 * 0{,}12 * \frac{269}{360}$$

Respuesta: $I = \$\ 896{,}67$

b) **Año comercial tiempo aproximado**

Datos:

Capital	10 000
Tasa	12 % anual
Tiempo (aproximado)	264 días
Año (comercial)	360 días

$$I = 10\,000 * 0{,}12 * \frac{264}{360}$$

Respuesta: $I = \$\ 880$

c) **Año calendario (exacto), tiempo exacto**

Datos:

Capital	10 000
Tasa	12 % anual
Tiempo (exacto)	269 días
Año (calendario)	365 días

$$I = 10\,000 * 0{,}12 * \frac{269}{365}$$

Respuesta: $I = \$\ 884{,}38$

d) **Año calendario (exacto), tiempo aproximado**

Datos:

Capital	10 000
Tasa	12 % anual
Tiempo (aproximado)	264 días
Año (calendario)	365 días

$$I = 10\ 000 * 0{,}12 * \frac{264}{365}$$

Respuesta: $I = \$\ 867{,}95$

Realizando un análisis de los resultados, observamos que la opción más favorable para la institución financiera que prestan dinero les conveniente trabajar con la opción a) año comercial y tiempo exacto. En cambio, para quienes reciben el dinero prestado les conviene utilizar la opción d) año calendario tiempo aproximado.

Ejemplo 2

Calcular el capital que produjo un interés de $ 4 500 en 120 días a una tasa del 9 %

Desarrollo:

Antes de resolver recuerde: tome en cuenta que cuando no se especifique el tiempo, el interés o el descuento serán evaluados como simple comercial con tiempo aproximado.

Datos:

Capital	?
Tasa	0,09 anual
Tiempo	120 días
I	$ 4 500

$$C = \frac{I}{i * \frac{t}{360}}$$

$$C = \frac{4\ 500}{0{,}09 * \frac{120}{360}}$$

$$C = \frac{4\ 500}{0{,}09 * \frac{120}{360}}$$

$$C = \frac{4\ 500}{0,03}$$

$$C = \frac{4\ 500}{0,03}$$

Respuesta: $C = \$\ 150\ 000$

Ejemplo 3

Con los datos del ejercicio calcular la tasa de interés

Datos:

Capital	\$ 150 000
Tasa	? anual
Tiempo	120 días
I	\$ 4 500

$$i = \frac{I}{C * t} * 100$$

$$i = \frac{4\ 500}{150\ 000 * \frac{120}{360}} * 100$$

$$i = \frac{4\ 500}{50\ 000} * 100$$

$$i = \frac{4\ 500}{50\ 000} * 100$$

Respuesta: $i = 9\ \%\ anual$

Ejemplo 4

Con los datos del ejercicio calcular el tiempo en días

Datos:

Capital	\$ 150 000
Tasa	0,09
Tiempo	? días
I	\$ 4 500

$$t = \frac{I}{C * i} * 360$$

$$t = \frac{4\ 500}{150\ 000 * 0{,}09} * 360$$

$$t = \frac{4\ 500}{13\ 500} * 360$$

$$t = 0{,}3333333 * 360$$

Respuesta: $t = 120\ días$

2.3. Cálculo del valor futuro con interés simple

El valor futuro a interés simple es la acumulación del capital al inicio más intereses generados en el transcurso del tiempo a una tasa de interés. Se representa con la letra *M;* la fórmula 2.5 es:

$$M = C + I \qquad (2.5)$$

Si remplazamos a la fórmula de interés simple se obtiene:

$M = C + C * i * t$ se extrae el factor común, así:

$$M = C(1 + i * t) \qquad (2.7)$$

La fórmula 2.7 es el monto a interés simple

Ejemplo 5

Encuentre el valor futuro que genera un capital de $ 15 000 con una tasa del 14 % anual, que fue prestado el 14 de abril; el plazo de vencimiento es el 14 de diciembre.

Desarrollo:

En este ejercicio, se debe aplicar el tiempo exacto y año comercial, por consiguiente, se procede a calcular el tiempo:

Tabla 2.2. Tiempo exacto

Tiempo exacto	Número de días en el mes
Abril	16
Mayo	31
Junio	30
Julio	31

Agosto	31
Septiembre	30
Octubre	31
Noviembre	31
Diciembre	14
Total	**244**

Datos:

Capital	$ 15 000
Tasa	14 % anual
Tiempo (exacto)	244 días

$M = C(1 + it)$

$M = 15\ 000 * \left(1 + 0{,}14 * \frac{244}{360}\right)$

$M = 15\ 000 * (1{,}094888889)$

Respuesta: $M = \$\ 16\ 423{,}33$

2.4. Cálculo del valor presente con interés simple

El valor actual o valor presente de una obligación es la cantidad calculada antes del vencimiento de la deuda, se representa con la letra C. El valor actual se calcula siempre por el tiempo que falta para el vencimiento de una obligación y una tasa de interés determinada.

Fórmula del valor actual

El valor futuro a interés simple es:

M = C (1 + i*t), de la cual se despeja C; y se obtienen las fórmulas 2.5.1 y 2.5.2, así:

$$C = \frac{M}{(1 + it)}$$

(2.5.1)

$$C = M * (1 + it)^{-1}$$

(2.5.2)

Tanto la fórmula 2.5.1 cómo 2.5.2 tienen el mismo significado.

Ejemplo 6

Calcular el valor actual de un monto de \$ 25 000 prestado hace 150 días a una tasa de interés del 1,5 % mensual.

<u>Datos:</u>	
Monto	\$ 25 000
Tasa	1,5 % mensual
Tiempo	150 días
Valor Actual	?

$$C = M * (1 + it)^{-1}$$

$$C = 25\,000 * \left(1 + 0{,}015 * \frac{150}{30}\right)^{-1}$$

$$C = 25\,000 * 0{,}930232558$$

Respuesta: $C = \$\ 23\,255{,}81$

Vale la pena aclarar que la tasa de interés debe guardar relación con el tiempo en el presente, ejemplo, la tasa de interés es mensual y el tiempo también debe estar en meses.

2.5. Ecuaciones de valor con interés simple

Recuerde que la ecuación es una igualdad entre dos expresiones algebraicas, denominadas miembros o términos, en las que aparecen valores o datos conocidos y desconocidos, denominados incógnitas, relacionados mediante operaciones matemáticas.

Las ecuaciones de valor son utilizadas para la resolución de problemas de matemáticas financieras, en las que se remplaza un conjunto de obligaciones conocidas con diferentes fechas de vencimiento, por una o varias obligaciones propuestas con otras fechas de referencia, en un acuerdo entre quien presta y quien recibe.

En la resolución de estas ecuaciones es necesario relacionar las diferentes fechas de vencimiento con una fecha de referencia, denominada **fecha focal.**

También es necesario tomar en cuenta la tasa de interés a la que se acuerda la nueva obligación, que se denomina **tasa de interés focal.**

Ejemplo 7

El Doctor Rómulo Ramos tiene las siguientes deudas: $ 5 000 con vencimiento en 14 meses; una segunda deuda de $ 4 000 con vencimiento en 12 meses y una tercera deuda de $3 000 con vencimiento en 8 meses; propone remplazar estas deudas con tres pagos iguales con vencimiento en 3, 6 y 9 meses respectivamente. ¿De cuánto serán estos pagos si se transa a una tasa del 12 % anual, considerar como fecha focal 9 meses:

Desarrollo:

Las tres deudas antiguas que van a ser remplazadas por tres deudas nuevas, con una fecha focal y un interés, con estas consideraciones se plantea la ecuación:

Tabla 2.3. Cálculo de ecuaciones de valor con interés simple.

Fecha focal 9 meses

Tasa de interés 12 % anual

Deuda propuesta				=	**Deudas antiguas**			
1	X	Vence en	3 meses	=	1	$ 5 000	Vence en	14 meses
2	X	Vence en	6 meses	=	2	$ 4 000	Vence en	12 meses
3	X	Vence en	9 meses	=	3	$ 3 000	Vence en	8 meses

La técnica aplicada en la resolución de este ejercicio consiste en restar los diferentes plazos de vencimiento con el plazo de la fecha focal, si la diferencia es positiva calculamos monto, si la diferencia es negativa calculamos valor presente o valor actual y si la diferencia es cero no calculamos nada y el valor permanece de la siguiente manera:

$$x\left(1+0{,}12*\frac{6}{12}\right)+x\left(1+0{,}12*\frac{3}{12}\right)+x$$
$$=5000\left(1+0{,}12*\frac{5}{12}\right)^{-1}+4\,000\left(1+0{,}12*\frac{3}{12}\right)^{-1}+3\,000\left(1+0{,}12*\frac{1}{12}\right)$$

$$1{,}06x+1{,}03x+x=4\,761{,}90+3\,883{,}50+3\,030{,}oo$$

$$3{,}09x=11\,675{,}40$$

$$x=\frac{11\,675{,}40}{3{,}09}$$

Respuesta: $x=\$\,3\,778{,}45$. El valor obtenido, representa el valor de cada uno de los 3 pagos a realizarse en las fechas indicadas.

2.6 Descuento simple

El descuento simple es una operación financiera que consiste en adquirir un título de crédito en una entidad financiera antes de su vencimiento, para que se anticipe su importe y gestione su cobro. El tenedor cede el título al banco y éste le abona su importe en dinero, descontando el valor cobrado por los servicios prestados que generalmente se denomina tasa de descuento.

Es la acción de recibir o pagar un valor hoy, a cambio de una suma mayor que vence en fecha futura, según las condiciones convenidas en el documento negociable.

2.6.1. Redescuento

Es una operación financiera mediante la cual un banco de mayor solidez, público o privado descuenta a otras instituciones del sector financiero instrumentos financieros negociables, descontados por ellos anteriormente con una determinada tasa de interés o tasa de descuento, mayor o menor, dependiendo del mercado crediticio al momento de la transacción.

Para nuestro estudio existen dos tipos de descuentos:

2.6.2 Descuento racional (DR)

Es la diferencia del monto o valor al vencimiento de una deuda, con su valor actual. La base de cálculo es el valor nominal del documento. El descuento racional, es igual al interés simple, con la diferencia de que el interés simple se paga al vencimiento y el descuento racional, es pagado por anticipado.

Para el cálculo del descuento racional primeramente se debe buscar el valor actual para luego restarlo del monto o valor nominal; se obtienen las siguientes fórmulas 2.61 y 2.62:

$$D_r = M - C \qquad (2.6.1)$$

$$D_r = M - (M * (1 + it)^{-1}) \qquad (2.6.2)$$

<u>Donde:</u>

Dr = Descuento Racional

C = Valor Actual o Principal

t = Tiempo

i = Tasa de Interés

M = Monto

2.6.3. Descuento bancario o comercial

Es el interés que se paga por anticipado, calculado sobre el monto, valor nominal o valor al vencimiento a una tasa de descuento pactada, por el período transcurrido entre la fecha de descuento y la fecha de vencimiento. El descuento bancario o comercial, se utiliza en el sistema bancario. Como base para el cálculo del tiempo se toman 360 días; su fórmula es:

$$D_b = M * d * t \qquad (2.7)$$

Donde:

Db = Descuento Bancario

M = Monto o valor al vencimiento

t = Tiempo

d = Tasa de Descuento

Cb = Valor Liquido.

La fórmula del valor actual con descuento racional será la siguiente:

$$C_b = M - D_b \qquad (2.8.1)$$

$C_b = M - M * d * t$ Extrayendo el factor común se tiene entonces:

$$C_b = M * [1 - (d * t)] \qquad (2.8.2)$$

Ejemplo 8

Una letra de cambio por valor de $ 300 000 pagaderos al vencimiento, fue emitida el 3 de marzo y vence el 30 de diciembre del 2012. El tenedor ha previsto que el próximo 18 de septiembre, acudirá a un banco del sistema a descontar el documento, a una tasa del 18 % anual. ¿De cuánto será el importe del descuento y del valor líquido a recibir aplicando a) descuento racional y b) descuento bancario?

Desarrollo:

Calculamos el tiempo transcurrido entre el 3 de marzo y el 30 de diciembre fecha de la firma del documento, luego calculamos el tiempo que existe entre el 18 de septiembre y el 30 de diciembre fecha en la que se produce el descuento del documento:

Tabla 2.4 Cálculo descuento racional y bancario

Primer cálculo	Número de días al mes	Segundo cálculo	Número de días al mes
Marzo	28		
Abril	30		
Mayo	31		
Junio	30		
Julio	31		
Agosto	31		
Septiembre	30	Septiembre	12
Octubre	31	Octubre	31
Noviembre	30	Noviembre	30
Diciembre	30	Diciembre	30
Total días	**302**	**Total días**	**103**

a) Aplicando descuento racional se obtiene:

Datos:

Monto	\$ 300 000
Tasa de interés	18 % anual
Tiempo	103 días
Valor Actual	?
Descuento racional	?

$$C_r = M * (1 + it)^{-1}$$

$$C_r = 300\,000 * \left(1 + 0{,}18 * \frac{103}{360}\right)^{-1}$$

$$C_r = 300\,000 * 0{,}951022349$$

Respuesta: $C_r = \$285\,306{,}70$ **valor actual con descuento racional.**

$$D_r = M - M * (1 + it)^{-1}$$

$$D_r = 300\,000 - 285\,306{,}70$$

Respuesta: $D_r = \$\,14\,693{,}30$ **valor del descuento racional.**

b) Aplicando descuento bancario o comercial se tiene:

Datos:

a)	Monto	$ 300 000
b)	Tasa de descuento	18 % anual
c)	Tiempo	103 días
d)	Valor Actual	?
e)	Descuento racional	?

$$C_b = M * [1 - (d * t)]$$

$$C_b = 300\,000 * \left[1 - \left(0{,}18 * \frac{103}{360}\right)\right]$$

$$C_b = 300\,000 * 0{,}9485$$

Respuesta: $C_b = \$\ 284\,550$ **valor actual a una tasa de descuento.**

$$D_b = 300\,000 * 0{,}18 * \frac{103}{360}$$

$$D_b = 300\,000 * 0{,}0515$$

Respuesta: $D_b = \$\ 15\,450$ **valor del descuento bancario.**

2.7. Relación entre tasa de interés y tasa de descuento

La tasa de interés se utiliza para el cálculo del descuento racional o matemático representado por *i:*
En cambio, la tasa de descuento se aplica para determinar el descuento comercial o bancario se calcula del valor final o valor nominal y se identifica por *d.*

Esta relación se demuestra en una ecuación, entre la fórmula del valor actual de la tasa de descuento con la fórmula del valor actual a una tasa de interés.

$$M = \frac{C}{1-dt} = C + I \qquad (2.9)$$

Remplazando I se tiene:

$$\frac{C}{1-dt} = C + Cit$$

$$Cit = \frac{C}{1-dt} - C$$

$$Cit = \frac{C - C(1 - dt)}{1 - dt}$$

$$Cit = \frac{C[1 - (1 - dt)]}{1 - dt}$$

$$it = \frac{1 - 1 + dt}{1 - dt}$$

Fórmula para calcular la tasa de interés conociendo la tasa de descuento

$$i = \frac{d}{1-dt} \qquad (2.10)$$

De manera similar se procede para el cálculo de la tasa de descuento, con la tasa de interés:

$$\frac{C}{1 - dt} = C(1 + it)$$

Si simplificamos C y despejamos 1-dt se tiene

$$1 - dt = \frac{1}{1 + it}$$

$$-dt = \frac{1}{1 + it} - 1$$

Cambiamos de signo a toda le ecuación

$$dt = 1 - \frac{1}{1 + it}$$

$$dt = \frac{1(1 + it) - 1}{1 + it}$$

$$dt = \frac{1 + it - 1}{1 + it}$$

Fórmula para calcular la tasa de descuento conociendo la tasa de interés

$$d = \frac{i}{1+it} \qquad (2.11)$$

2.8. Ejercicios propuestos de interés simple

1. ¿Qué principal produce $ 2 600 de intereses en 20 meses al 18 % simple anual?

   Respuesta: $ 8 666,67

2. ¿En cuántos días un capital de $ 30 000 genera intereses de $ 800 si se invierte al 12 % de interés simple anual?

   Respuesta: 80 días

3. Determine el interés que gana un capital de $ 20 600,00 a una tasa de interés del 14 % anual por el tiempo de 270 días.

   Respuesta: $ 2 163

4. Determine el interés que gana un capital de $ 100 000 a una tasa de interés del 9 % anual desde el 15 de abril hasta el 15 de diciembre del año vigente; aplique las siguientes opciones, luego analice sus resultados: a) con tiempo aproximado y el año comercial, b) tiempo exacto y el año comercial, c) tiempo aproximado año calendario, d) tiempo exacto y el año calendario.

   Respuesta: a) $6 000,00 b) $6 100,00o c) $5 917,81 d) $6 016,44

5. En qué tiempo se convertirá en $ 53 000,00 un capital de $ 50 000,00, colocado a de interés del 1,5 % mensual

   Respuesta: 120 días

6. ¿Cuál es la tasa de interés simple anual, de un capital de $ 10 000 produce $ 35 000 de intereses en 90 días?

   Respuesta: 14 % anual

7. ¿Calcule la tasa interés anual en la que se colocó un capital de $ 8 000,00 cuando el valor futuro será $ 8 630 en 210 días?

   Respuesta: 13,50 % anual

8. ¿A que tasa de interés mensual un capital de $ 1 800,00 se incrementará un 20 % más en 300 días?

   Respuesta: 2 % mensual.

9. ¿Qué tiempo es necesario para que se duplique un capital con un tipo de interés del 30 % simple anual?

   Respuesta: 1 200 días o 3 años con 4 meses.

10. En el siguiente cuadro se encuentran algunos espacios vacíos que faltan datos por calcular, se pide: completar los espacios que faltan y calcular los intereses.

ORD.	CAPITAL ($)	MONTO ($)	PLAZO (TIEMPO)	TIPO DE INTERÉS	INTERÉS
1	25 000	?	6 meses	27,00 % anual	?
2	?	100 000,00	3 años	6,00 % trimestral	?
3	23 800	25 000,00	?	0,12 % diario	?
4	4 000	6 000,00	20 meses	?	?
5	7 500	10 000,00	?	19,80 % semestral	?
6	?	500 000,00	5 meses	28,00 % anual	?

11. ¿Calcular el capital que ubicado a una tasa de interés del 11 % anual, en 200 días, generó un interés de $ 1 125?

    Respuesta: $ 18 409,10

12. Rómulo entrega a Luis un anticipo por $ 2 500,00, a 300 días plazo, con una tasa de interés del 12 % anual desde su otorgamiento. Si Luis cancela su obligación 90 días antes del plazo fijado, con la misma tasa de interés, determine el valor del pago.

    Respuesta: $ 2 669,90

13. Calcule el capital necesario, colocado a una tasa de interés del 8 % semestral, generó $ 150 en 300 días.

    Respuesta: $ 1 125

14. El 15 de junio un prestamista recibe un instrumento financiero por $ 2 500 a 240 días, con una tasa de interés del 1,4 % mensual desde el inicio de la operación. Cuál será el valor presente al 31 de octubre del mismo año, si se conviene una tasa de interés del 1,5 % mensual.

    Respuesta: $ 2 660,29

15. De las siguientes alternativas, escoja la que mejor le conviene a un trabajador:
    a. Recibir este momento $ 5 775.
    b. Recibir $ 3 000 este momento y otros $ 3 000 en dos meses.
    c. Recibir tres pagos de $ 2 100 cada uno a 30, 60 y 90 días.

    Tome en cuenta como otra alternativa que la inversión gane una tasa de interés del 32 % anual

    Respuesta: la tercera

16. Se adquiere un equipo de cómputo, el valor presente es $ 2 000 y se liquida con un pago de contado y otro pago a 2 meses por $ 1 200. ¿De cuánto es el pago de contado si se aplica el 18 % simple anual?

Respuesta: $ 834,95

17. ¿Cuál es el valor presente de un Pagaré firmado por $ 3 600,00 a 180 días de plazo?, si se descontó 90 días antes de su vencimiento, a una tasa del 14 % anual.
    Respuesta: $ 3 478,26

18. Determinar el descuento racional de un pagaré de $ 4 000,00, firmado el 25 de junio a 210 días de plazo, con una tasa del 1,5 % mensual, desde su suscripción, si la operación de descuento se realizó el 15 de septiembre del mismo año pactando una tasa del 22 % anual.
    Respuesta: $ 320,66

19. Determine el descuento bancario de un documento negociable de $ 8 000, suscrito a 120 días de plazo, si se descontó 30 días antes de su vencimiento, a una tasa de descuento del 9 % anual.
    Respuesta: $ 240

20. Determine el valor efectivo de un pagaré por $ 7 500, suscrito a 150 días de plazo, si se descuenta 90 días luego de la firma del documento a una tasa de descuento del 16 % anual.
    Respuesta: $ 7 200

21. Un Pagaré de $ 17 000, suscrito el 2 de mayo a 180 días plazo, con una tasa de interés del 10 % anual desde su firma, es descontado el 5 de agosto del mismo año a una tasa de descuento del 12 % anual; determine a) el descuento bancario y b) el valor efectivo, a la fecha del descuento.
    Respuesta: a) $ 505,71; b) $ 17 344,25

22. Calcular la tasa mensual de descuento que sea equivalente a una tasa de interés del 3 % mensual en 210 días.
    Respuesta: 2,47934 %

23. Carlos descuenta en una institución financiera un instrumento financiero por $ 12 000, con plazo de 270 días, 120 días antes de su vencimiento con tasa de descuento del 12 % anual. Después de un mes, la institución financiera redescuenta el documento fiduciario que ha ganado dos puntos porcentuales en Ban Ecuador. Calcule el valor que reciben el deudor y la institución financiera que redescuenta.
    Respuesta: $ 11 520; $ 11 700.

24. Ernesto solicita a un banco un préstamo de $ 5 000 a 210 días de plazo, con una tasa de descuento del 15 % anual. Calcule el valor efectivo que el banco acredita en la cuenta de Ernesto.
Respuesta: $ 4 562,50

25. Calcular el valor que necesario que el Dr. Ramos requiere de una institución financiera, en calidad de préstamo a una tasa de interés del 16 % anual, si su valor actual es $3 600 pagaderos en 150 días de plazo.
Respuesta: $ 3 840

26. ¿Qué valor debe solicitarse a una institución financiera, a una tasa de descuento del 12% anual, si necesita $ 2 500 y la condición es cancelar en 180 días de plazo?
Respuesta: $ 2 659,57

27. Roberto ha suscrito tres pagarés: el primero, de $ 10 000, a 4 meses de plazo con una tasa de interés del 1,5 % mensual; el segundo $ 18 000 a 50 días de plazo, a una tasa del 1,8 % mensual y el tercero $ 24 000 a 210 días de plazo, a una tasa del 18 % anual. Roberto acuerda canjear los tres pagarés por uno solo al final de los 10 meses. Calcular el valor del nuevo pagaré, si se acuerda una tasa de interés del 2 % mensual.
Respuesta: $ 61 054

28. Pedro tiene las siguientes obligaciones: $ 2 500 que vence en 60 días; $ 5 000 que vence en 120 días; $ 7 500 que vence en 8 meses y $ 10 000 que vence en 10 meses. Acuerda reemplazar sus obligaciones con dos pagos iguales a los 6 y 12 meses, respectivamente, con una tasa de interés del 12 % anual. Determine el valor de los dos pagos iguales, tome en cuenta la fecha focal a 6 meses.
Respuesta: $ 12 693,41

29. Rosita tiene tres obligaciones de $ 7 500; $ 15 000; y $ 30 000 a 4, 8, y 12 meses plazo respectivamente, quien acuerda con su acreedor canjear por un solo pago en 12 meses, pactando una tasa de interés del 15 % anual.
Respuesta: $ 54 000

30. Resolver el ejercicio anterior suponiendo que el pago se realiza al finalizar los 8 meses.
Respuesta: $ 51 446,43.

31. Un comerciante adeuda \$ 5 000 con vencimiento a 8 meses plazo, a una tasa de interés del 6 % anual y \$ 15 000 a 12 meses plazo a una tasa del 5 % anual. Si desea realizar un solo pago. ¿Cuál será el valor por cancelarse dentro de 4 meses con el fin de liquidar las deudas anteriores con el supuesto de un rendimiento del 7% anual, tomando como fecha focal a) dentro de 12 meses, y b) dentro de 4 meses.

    Respuestas: (a) \$ 20 131,85, (b) \$ 20 129,20

32. Una persona adquiere un terreno con una entrada del 30 % del valor de la entrada, el 30 % cancela dentro de 90 días y por la diferencia se compromete a pagar el valor de \$ 15 000 dentro de 180 días contados a partir de la fecha de negociación, si se pacta una tasa del 16 %. Calcular: (a) El valor de contado del terreno, (b) la cantidad a pagar dentro de 90 días y (c) ¿cuál sería el interés ganado, si la compra fuera de contado?

Respuestas: (a) \$10 416,67, (b) \$10 833,33 y (c) \$1 527,78

CAPÍTULO III. INTERÉS COMPUESTO

Las aplicaciones del interés compuesto son más utilizadas en plazos superiores a un año, la determinación del: valor futuro, del interés, la tasa, y del número de pagos son transcendentales toda vez que el interés se va acumulando al principal de acuerdo con número períodos de capitalización o de conversión.

Objetivo general

- ✓ Explicar el concepto de interés compuesto y sus aplicaciones en la compraventa de documentos financieros, a cualquier plazo.

Objetivos específicos

- ✓ Explicar los conceptos del valor del dinero en el tiempo.
- ✓ Explicar la diferencia entre monto simple y monto compuesto, entre tasa de interés nominal y tasa de interés efectiva.
- ✓ Entender los conceptos de período de capitalización, frecuencia de conversión y tiempo equivalente.
- ✓ Resolver ejemplos de cálculo de monto compuesto, valor actual, tasas de interés nominal, efectiva y equivalentes.
- ✓ Resolver ejemplos de ecuaciones de valores a interés compuesto.

3.1. Definición:

El interés compuesto se identifica porque el interés generado, en una unidad de tiempo, se suma al capital y este valor nuevamente gana intereses y se acumula al nuevo capital, y así sucesivamente, tantas veces como períodos de capitalización se hayan establecido.

Según Meza (2011), manifiesta que el interés compuesto “también llamado interés sobre interés, es aquel que al final de periodo capitaliza los intereses causados en el período anterior” (p.52).

Por otra parte, Zima & Brown (2005), expone:

> El interés compuesto es el valor del interés pagado que se suma al capital al final de cada periodo, de ahí en adelante gana un nuevo interés total llamado cantidad compuesta o valor acumulado…la diferencia entre el valor acumulado y el principal original se llama interés compuesto. El periodo es el tiempo entre dos cálculos sucesivos de interés, también llamado periodo de conversión, que puede ser anual, semestral, trimestral, mensual, semanal, diaria o continua (p.40).

De la misma manera expresa Álvarez (2006) “Se suman periódicamente los intereses más el capital, este proceso de sumar los intereses al capital, cada vez que se liquida se llama capitalización y el período utilizada para liquidar los intereses de llama período de capitalización” (p.8).

Para Flórez (2018), expone:

> En el interés simple del capital inicia (*P),* permanece constante durante todo el tiempo del préstamo, en tanto que, en el interés compuesto el *P*, cambia al final de cada período *(n*), debido a que los intereses se adicionan al P para formar un nuevo capital monto al final del primer periodo (*S).* el interés compuesto consiste en calcular intereses sobre el S anterior para formar un nuevo S (p.17).

En otras palabras, se puede decir que el interés compuesto es el interés sobre el interés.

3.2. Diferencia interés simple/interés compuesto

La diferencia radica en que el interés simple se calcula por una sola vez, es a corto plazo (1 año); mientras, que el interés compuesto incrementa al capital de manera periódica y con plazos superiores a un año.

Ejemplo 1

Determinar el valor futuro, el interés simple y el interés compuesto de un capital de $ 500 000 a una tasa del 6 % durante 5 años.

Aplicando la fórmula del monto a interés simple se tiene:

$M = C(1 + it)$

$M = 500\ 000(1 + 0{,}06 * 5)$

$M = 500\ 000 * 1{,}30$

Respuesta: $M = \$\ 650\ 000$ **monto a interés simple**

Posteriormente, se procede al cálculo a interés compuesto

En el primer año.

$M = 500\ 000(1 + 0{,}06 * 1) \quad = 530\ 000{,}00$

En el segundo año.

$M = 530\ 000{,}00(1 + 0{,}06 * 1) \quad = 561\ 800{,}00$

En el tercer año.

$M = 561\ 800{,}00(1 + 0{,}06 * 1) \quad = 595\ 508{,}00$

En el cuarto año.

$M = 595\ 508{,}oo(1 + 0{,}06 * 1) \quad = 631\ 238{,}48$

En el quinto y último año.

$M = 631\ 238{,}48(1 + 0{,}06 * 1)$

Respuesta: $= 669\ 112{,}79$ **monto a interés compuesto**

La diferencia entre valor futuro a interés simple y compuesto consiste que, el compuesto se incrementa en función de los períodos de capitalización.

Monto interés compuesto	$ 669 112,79
Monto interés compuesto	$ 650 000,00
Diferencia	$ 19 112,79

3.3. Fórmula del monto a interés compuesto

El monto aplicando la fórmula del interés compuesto, no es otra cosa que la acumulación en forma sucesiva de los intereses de todos y cada uno de los períodos al capital inicial.
No hay fórmula para calcular directamente el interés compuesto, por lo que se procede a calcular el monto luego de lo cual se resta del capital inicial y de esta manera obtener el valor de los intereses.
Después de la deducción respectiva la fórmula del monto a interés compuesto es:

$$M = C(1+i)^n \tag{3.1}$$

Esta fórmula se aplica cuando la tasa de interés coincide con el período de capitalización, pero cuando no coincide entonces se aplica la siguiente fórmula:

$$M = C(1+\frac{j}{m})^{mt} \tag{3.2}$$

Donde:

M = Valor futuro
C = Principal, Valor presente o Valor actual
j = Tasa de interés nominal (generalmente anual)
m = Veces que se capitalizan en el año
t = Tiempo en años

Ejemplo 2
Calcular el valor futuro compuesto de un capital de $ 25 000 en el plazo 20 años 6 meses, a una tasa del 12 % con capitalización cada tres meses.

Datos:
M = ?
C = 25 000
j = 0,12
m = 4
t = 20,5

$M = C(1+\frac{j}{m})^{mt}$

$M = 25\ 000(1 + \frac{0,12}{4})^{4*20,5}$

$M = 25\ 000(1 + 0,03)^{82}$

Respuesta: $M = \$\ 282\ 223,02$

Luego se procede a calcular *i* y *n*, así:

$i = \frac{j}{m} = \frac{0,12}{4} = 0,03$

n = t*m = 20,5*4 = 82

luego de realizar los cálculos previos, se aplica la primera fórmula, así:

<u>Datos:</u>

M =?

C = 25 000

i = 0,03

n = 82

$M\ = C(1 + i)^n$

$M = 25\ 000(1 + 0,03)^{82}$

Respuesta: $M = \$\ 282\ 223,02$

Ejemplo 3

Calcular el monto de $ 10 000 colocado a interés compuesto en 10 años 9 meses, a una tasa de interés nominal del 18% anual con las siguientes opciones de capitalización:

a) Tasa efectiva (una sola capitalización en el año)

$M = 10\ 000(1 + 0,18)^{10,75}$

Respuesta: $= \$\ 59\ 255,90$

b) Capitalización semestral

$M = 10\ 000(1 + \frac{0,18}{2})^{21,5}$

Respuesta: $= \$\ 63\ 777,83$

c) Capitalización cuatrimestral

$M = 10\ 000(1 + \frac{0,18}{3})^{32,25}$

Respuesta: $= \$\ 65\ 480,83$

d) Capitalización trimestral

$M = 10\ 000(1 + \frac{0,18}{4})^{43}$

Respuesta: $= \$\ 66\ 374,38$

e) Capitalización mensual

$M = 10\ 000(1 + \frac{0,18}{12})^{129}$

Respuesta: $= \$\ 68\ 252,64$

f) Capitalización semanal

$M = 10\ 000(1 + \frac{0,18}{52})^{559}$

Respuesta: $= \$\ 69\ 009,47$

g) Capitalización diaria

$M = 10\ 000(1 + \frac{0,18}{360})^{3\ 870}$

Respuesta: $= \$\ 69\ 206,96$

h) Capitalización continua

$M = 10\ 000 * e^{(0,18)(10,75)}$

Tomando en cuenta que el número e es = 2,718281828 se tiene

$M = 10\ 000 * 2,718281828^{(0,18)(10,75)}$

Respuesta: $= \$\ 69\ 240,44$

3.3.1. Cálculo del monto cuando existe periodos de capitalización fraccionarios

Cuando el vencimiento de una obligación no coincide con el periodo de capitalización, se denomina periodos de capitalización fraccionaria, ejemplo, si el plazo de pago de una obligación es: 6 años 7 meses y la tasa de interés el 9% capitalizable trimestralmente.

$n = \frac{(6*12)+7}{3} = \frac{79}{3} = 26,333333$ **trimestres**

Cuando se trata de cálculo del monto, en períodos de capitalización fraccionario, se aplica en los métodos siguientes:

1) **Método Matemático:** consiste en aplicar *n* en forma exacta, en el ejemplo anterior *n* es 26,333333 es decir elevamos a la potencia de la siguiente manera $x^{26,333333}$.

2) **Método Comercial: c**onsiste en aplicar la parte entera del número de períodos de capitalización en la fórmula de cálculo del interés compuesto y la parte decimal de la fórmula se determina aplicando valor futuro a interés simple, de la siguiente manera, x^{26}* (1+ (i)*0,333333).

Ejemplo 4

Determinar el valor futuro de un capital de $ 15 000, en un plazo de 6 años 7 meses, a una tasa el 9 % con capitalización cada tres meses. Se pide calcular el monto con capitalización fraccionaria por los siguientes métodos: a) Método Matemático y b) Método Comercial.

a) Resolución Método Matemático

Datos:

M = ?

C = 15 000

j = 0,09

m = 4

t = 6,583333 años

Si en este ejemplo calculamos i y n como indicamos anteriormente tenemos

$i = \frac{j}{m} = \frac{0,09}{4}$ = 0,0225

n = t*m = 6,583333*4 = 26,333333

Para facilitar la aplicación de la fórmula, se procede:

$M = C(1+i)^n$

$M = 15\ 000(1+0,0225)^{26,333333}$

$M = 15\ 000 * 1,796665945$

Respuesta: $M = \$\ 26\ 949,99$

b) Resolución Método Comercial

$M = C(1+i)^n *$ (1+it)

$M = 15\,000(1{,}0225)^{26} * [1 + (0{,}0225 * 0{,}333333)]$

$M = 26\,750{,}84424 * 1{,}007499993$

Respuesta: $M = \$\ 26\,951{,}48$

3.4. Tasas equivalentes de interés

Es operar en condiciones diferentes de períodos de conversión y obtener el mismo valor futuro, según Garcia (2000) manifiesta que: "Dos tasas periódicas de interés son equivalentes, cuando ambas obran en condiciones diferentes producen la misma tasa efectiva anual o el mismo valor futuro" (p.146).

Zima & Brown (2005) manifiesta que: "Dos tasas nominales son distintas, con distintas frecuencias de conversión, son equivalentes si producen el mismo valor acumulado al final de un año" (p.44).

3.4.1. Tasa nominal anual de interés

La tasa nominal anual es la que se obtiene al final de un período menor a un año y puede ser capitalizable varias veces en el año, se representa con la letra *j*.

3.4.2. Tasa efectiva de interés

Esta tasa, que se obtiene al final de un período anual, siempre y cuando los rendimientos generados periódicamente se reinviertan a la tasa de interés periódica pactada inicialmente, se representa con la letra *i*.

Reflexión

- La tasa efectiva anual nunca se puede dividir por ningún denominador, por ser una función exponencial.
- Las tasas nominales equivalentes entre sí, siempre tendrán la misma tasa de interés efectiva anual, por lo tanto, constituye un criterio para tomar decisiones con entidades financieras que ofrezcan una alta tasa efectiva para invertir y para endeudarse elegir aquella tasa efectiva que sea menor.
- La tasa efectiva, corresponde a la tasa periódica anual y tendrá sentido siempre y cuando sea al finalizar cada período.
- Las tasas nominales anuales solamente admiten como divisor su propia periodicidad. Por lo tanto, para hallar una tasa periódica se divide la tasa nominal para la frecuencia de conversión anual.

3.4.3. Fórmula para calcular la tasa nominal en tasa efectiva o viceversa

Considerando que el capital es 1, el monto a una tasa efectiva es:

$$M = 1(1+i) \tag{3.3}$$

Del mismo modo si el capital es 1, el monto a una tasa nominal es:

$$M = 1(1+\frac{j}{m})^m \tag{3.4}$$

Al igualar las dos fórmulas del monto, se obtiene:

Fórmula para tasas equivalentes

$$(1+i) = (1+\frac{j}{m})^m \tag{3.5}$$

Donde:
i = Tasa de interés efectiva
j = Tasa de interés nominal
m = Número de veces que convierten en el año.

Ejemplo 5

Calcular la tasa efectiva de interés equivalente a una tasa nominal del 15 % anual capitalizable mensualmente:

$$(1+i) = (1+\frac{0{,}15}{12})^{12}$$

$$1+i = (1{,}0125)^{12}$$

$$1+i = 1{,}160754518$$

$$i = 1{,}160754518 - 1$$

$$i = 0{,}160754518$$

Respuesta: $i = 16{,}0754518$ %

Ejemplo 6

Calcular la tasa anual de interés capitalizable mensualmente equivalente a una tasa efectiva del 16,0754518 %:

$$(1+\frac{j}{12})^{12} = (1+0{,}160754518)$$

Aplicando raíz 12 a ambos miembros de la ecuación se tiene

$$\sqrt[12]{(1+\frac{j}{12})^{12}} = \sqrt[12]{(1{,}160754518)}$$

Resolviendo la raíz queda

$$1+\frac{j}{12} = 1{,}0125$$

$$j = (1{,}0125-1) * 12$$

Respuesta: $j = 0{,}15 = 15\ \%$

3.5 Cálculo de los elementos de la fórmula del monto a interés compuesto

De la fórmula base, se derivar en formulas adicionales que permitirá el cálculo de otros componentes.

$$C(1+i)^n\ = M$$

3.5.1. Fórmula del cálculo del capital o valor actual (*C*)

$$C = \frac{M}{(1+i)^n} \qquad (3.6.1)$$

También, se representa de la siguiente forma:

$$C = M(1+i)^{-n} \qquad (3.6.2)$$

3.5.2. Fórmula del cálculo parar el número de períodos (*n*)

$$C(1+i)^n\ = M$$

$$(1+i)^n\ = \frac{M}{C}$$

$$\sqrt[n]{(1+i)^n} = \sqrt[n]{\frac{M}{C}}$$

$$1 + i = \sqrt[n]{\frac{M}{C}}$$

$$i = \sqrt[n]{\frac{M}{C}} - 1 \qquad (3.7)$$

3.5.3. Fórmula del cálculo para la tasa de interés (*i*)

$$C(1+i)^n = M$$

$$(1+i)^n = \frac{M}{C}$$

Para despejar *n*, es necesario aplicar logaritmos, de la siguiente forma:

$$n * log.(1+i) = log.\frac{M}{C}$$

$$n = \frac{log.\frac{M}{C}}{log.(1+i)} \qquad (3.8)$$

3.6 Ecuaciones de valor a interés compuesto

En las ecuaciones de valor a interés simple demuestra que: “El dinero cambia de valor en el tiempo”, es decir, una unidad monetaria en el presente no valdrá lo mismo que en el futuro; también en las ecuaciones de valor a interés compuesto, se aplica el mismo procedimiento de la ecuación de valor a interés simple, cambiando únicamente la fórmula.

Las ecuaciones de valor se utilizan cuando se conviene reemplazar un conjunto de pagos con fechas distintas inicialmente prescritas, por uno o más pagos en diferentes plazos y valores, donde se acuerda una fecha común de referencia, denominada fecha focal.

Ejemplo 7

Una persona debe $ 7 500 pagaderos en 2 años y $ 15 000 a 5 años plazo. Con su acreedor acuerda reemplazar estas deudas con dos pagos iguales a los 3 y 4 años respectivamente, si se pacta una tasa del 8% capitalizable semestralmente y la fecha focal al finalizar los 3 años. Calcule el valor de dos pagos iguales.

Paso 1

Son dos deudas convenidas inicialmente, que van a hacer reemplazadas con dos pagos acordados, con una fecha focal y una tasa de interés compuesto, con estas consideraciones se plante la ecuación:

Fecha focal 3 años

Tasa de interés 8 % anual capitalización semestral

Deuda propuesta				=	**Deudas antiguas**			
1	X	Vence en	3 años	=	1	$ 7 500	Vence en	2 años
2	X	Vence en	4 años	=	2	$ 15 000	Vence en	5 años

Para facilitar la resolución del ejercicio es conveniente equiparar la tasa de interés con diferentes tiempos de vencimiento, de la siguiente forma:

Fecha focal 5 semestres

Tasa de interés 4 % semestral

Deuda propuesta				=	**Deudas antiguas**			
1	X	Vence en	6 semestres	=	1	$ 7 500	Vence en	4 semestres
2	X	Vence en	8 semestres	=	2	$ 15 000	Vence en	10 semestres

Al igual que el interés simple, se resta los diferentes plazos de vencimiento, con un plazo de fecha focal acordada.

Si la diferencia es positiva se calcula monto.

$$7\,500(1,04)^2$$

Si la diferencia es negativa se calcula el valor presente o valor actual y

$$x(1{,}04)^{-2}; 15\,000(1{,}04)^{-4}$$

Si la diferencia es cero no se calcula y el valor el mismo.

$$x$$

Paso 2

$x + 0{,}924556213x = 8\,112 + 12\,822{,}06$

$$1{,}924556213x = 20\,934{,}06$$

$$x = \frac{20\,934{,}06}{1{,}924556213}$$

Respuesta: $x = \$\ 10\,877{,}34$ Valor de cada uno de los pagos que se hará a los 3 y 4 años.

3.7. Tiempo equivalente

El tiempo equivalente es el tiempo de vencimiento promedio de dos o más deudas, valores u obligaciones, según Mora (2014):

> La fecha en la cual un conjunto de obligaciones, con vencimiento en fechas diferentes, puede liquidarse mediante un pago único igual a la suma de las distintas deudas, se conoce como fecha de vencimiento promedio de las deudas. El tiempo por transcurrir hasta dicha fecha se conoce como tiempo equivalente (p.167).

La regla más frecuente y común para el cálculo del tiempo equivalente o tiempo de vencimiento promedio de dos o más deudas, se basa en la siguiente fórmula:

$$TE = \frac{M_1t_1+M_2t_2+M_3t_3+M_4t_4}{M_1+M_2+M_3+M_4} \qquad (3.9)$$

El tiempo equivalente es igual a la suma de diferentes montos multiplicados por sus tiempos de vencimiento, divididos por la sumatoria de los respectivos montos.

Ejemplo 8

Calcular el tiempo equivalente, de las siguientes obligaciones:
\$ 10 000 a 2 años plazo; \$ 20 000 a 4 años 9 meses plazo y \$ 25 000 a 5 años 6 meses plazo, con una tasa anual del 9 %.

$$TE = \frac{10\,000(2) + 20\,000(4{,}75) + 25\,000(5{,}5)}{10\,000 + 20\,000 + 25\,000}$$

$$TE = \frac{20\,000 + 95\,000 + 137\,500}{55\,000} = \frac{252\,500}{55\,000}$$

$TE = 4{,}59091$ años

$TE = 4\ años, 7\ meses, 3\ días$

0,59091 años para convertir a meses se multiplica por 12 = 7, 09092

7, 09092 meses para convertir en días se multiplica por 30 = 2, 7 al redondear es 3 días

3.8. Ejercicios propuestos de interés compuesto.

1. Determine el valor futuro a interés compuesto, separe el interés del capital de $ 20 000,00 acordado a una tasa del 18 % anual, con capitalización cada tres meses, en 6 años. años.

   Respuesta: $ 57 520,28; $ 37 520,28

2. Carlos contrae una obligación financiera de $ 10 000 a 8 años plazo, con una tasa del 12 % anual, con capitalización mensual. Determine el valor futuro y los intereses que cancelará en el vencimiento.

   Respuesta: $ 25 992,73; $ 15 992,73

3. Calcular la tasa nominal mensual equivalente al 18 % convertible trimestralmente?

   Respuesta: 17,7366 %

4. ¿Calcular la tasa de efectiva que corresponde a una tasa del 15 % nominal con capitalización semanal?

   Respuesta: 16,1583 %

5. Alberto deposita $ 10 000, en una Institución Financiera al 18 % de interés compuesto capitalizable diariamente, su tía invierte el mismo valor al 20 % de interés efectivo. ¿Quién obtiene más ganancias?

   Respuesta: $ 119,72; $ 120. Su tía obtiene más ganancia

6. Santiago apertura una cuenta de ahorros con $ 1 200 la institución financiera le reconocerá una tasa nominal del 16 % anual, con capitalización trimestral. ¿Qué valor tendrá en la cuenta de ahorros al final de 6 años y 5 meses? Realice los cálculos en forma matemática y comercial y comente las respuestas.

   Respuesta: $ 3 283,75; $ 3 284,31

7. Calcule el monto y el interés compuesto que producirá un capital de $ 1 800 000 colocado a una tasa de interés del 16 % anual con capitalización continua, durante 12 años y 9 meses.

Respuesta: $ 13 843 096,56; $ 12 043 096,56

8. En los siguientes enunciados decida cuál de las alternativas genera más rentabilidad:
   a. Un interés del 18 % anual con capitalización bimestral o el 17,5 % nominal con capitalización quincenal.
   b. 16 % de interés con capitalización diaria o 16,5 % nominal con capitalización mensual.
   c. 20 % de interés efectivo o 19,4 % nominal capitalizable mensual.

   Respuesta: a) 18 % capitalización bimestral; b) 16,5 % capitalización mensual y c) 19,4 % con capitalización mensual

9. Se pide calcular el valor de un préstamo 5 meses antes de la fecha de vencimiento, la Letra de Cambio es de $ 25 000 y las alternativas de tasa de interés son:
   a. 18 % efectivo.
   b. 24 % nominal semanal.
   c. 22,5 % nominal mensual.

   Se sugiere: Calcular previamente las tasas equivalentes a capitalización mensual

   Respuesta: a) $ 23 334,00; b) $ 22 626,14 y c) $ 22 782,53

10. ¿Cuánto debe depositarse este momento para acumular $ 20 000 en 18 meses, aplicando una tasa de interés del:
    a. 22,4 % nominal capitalizable mensualmente.
    b. 25 % efectivo.
    c. 23 % nominal con capitalización semestral.

    Se sugiere: calcular previamente las tasas equivalentes a capitalización mensual

    Respuesta: a) $ 14 336,80; b) $ 14 310,84 y c) $ 14 175,19

11. Encontrar la tasa efectiva que equivale a la tasa nominal del 14 % anual, con capitalización cada seis meses?

    Respuesta: 14,49 %

12. Calcular la tasa efectiva equivale a una tasa nominal del 12 % anual, con capitalización trimestral?

    Respuesta: 12,5509 %

13. ¿En cuántos días un capital que se deposita en una institución financiera al 24 % de interés efectivo se incrementa en un 25 %.
    Se sugiere: calcular previamente la tasa equivalente en forma diaria.
    Respuesta: 373 días

14. El administrador de una empresa, programa una inversión en la cual necesitará $ 80 000, para el 25 de julio del 2018. ¿Cuánto debe depositar el 10 de abril, en la institución financiera que paga el 14 % de interés efectivo, si el 13 de enero aperturó la cuenta con $ 40 000. Realizar los cálculos con capitalización diaria.
    Respuesta: $ 35 517,55

15. ¿En cuántos años, meses y días, se triplicará un capital a una tasa efectiva del 9,5 %.
    Respuesta: 12 años, 1 mes, 8 días.

16. Determinar el valor actual de un pagaré cuyo valor después de 6 años y 9 meses será de: $ 10 500, con una tasa del 12 % anual capitalizable trimestralmente.
    Respuesta: $ 4 726,99

17. Un Pagaré, suscrito el día de hoy, por un valor de $ 15 000 a 4 años de plazo, con una tasa del 10 % anual, con capitalización cada seis meses desde su firma, se vende 12 meses antes de la fecha de vencimiento, si se acuerda una tasa del 12 % anual con capitalización cada cuatro meses. Determine el valor de la venta del pagaré.
    Respuesta: $ 19 701,79

18. Una entidad tiene las siguientes obligaciones: $ 100 000 a 4 años de plazo con una tasa del 18 % con capitalización cada seis meses; $ 600 000 a 5 años y medio con una tasa del 14 % efectiva; $ 400 000 a 6 años y 9 meses con una tasa del 15 % anual con capitalización cada tres meses. La entidad desea saldar las deudas realizando un pago único en tiempo equivalente para los tres vencimientos. Determine: a) el tiempo equivalente y b) el valor del pago único, si se acuerda una tasa de del 12 % anual con capitalización cada tres meses.
    Respuesta: a) 23,272728 trimestres; b) $ 2 495 833,99

19. Fátima tiene una deuda de $ 2 600 pagaderos a 3 meses y $ 4 000 a 6 meses incluido intereses. El último día del primer mes, paga $ 2 500. ¿Cuánto saldará su obligación a los 5 meses

contados desde el inicio si se utilizan tasa del 18 % con capitalización mensual? **Respuesta: $ 3 966,07**

20. Rosita tiene 4 obligaciones de: $ 8 000, $ 16 000, $ 13 000 y $ 14 500 con vencimiento el 15 de abril, el 7 de mayo, 18 de julio y 30 de octubre respectivamente; por la imposibilidad de cumplir estas obligaciones acuerda con sus acreedores hacerles 3 pagos iguales el día 15 de los meses de abril, junio y agosto en sustitución de los primeros, ¿de qué valor será cada pago si se aplica una tasa del 24 %, capitalizable diariamente?
    Respuesta: $ 16 977,99

21. Oswaldo compra un vehículo en las siguientes condiciones: una entrada del 30 % y la diferencia se liquida con 2 pagos a 2 y 3 meses por $ 20 000 y $ 15 000 cada uno respectivamente a una tasa del 18 % anual con capitalización mensual. ¿Cuál será el precio de contado del vehículo?
    Respuesta: $ 48 225,69

CAPÍTULO IV. ANUALIDADES

Las anualidades son utilizadas en operaciones financieras de adquisición de préstamos y formación de valores requeridos en un futuro, mediante series de pagos o depósitos de manera periódica; son usuales en la elaboración de tablas amortización gradual para liquidar deudas y elaborar tablas para formar algún valor futuro deseado.

Objetivo general

- ✓ Proporcionar las bases teóricas y fórmulas de cálculo que permitan el cálculo de pagos o depósitos periódicos para liquidar deudas o acumular fondos.

Objetivos específicos

- ✓ Explicar el concepto y clasificación de las anualidades.
- ✓ Determinar el valor futuro y el valor presente de la anualidad.
- ✓ Calcular el pago en función del valor futuro o del valor presente.
- ✓ Explicar las formas de cálculo de las variables: pago, número de períodos y tasas en función del valor presente y valor futuro.
- ✓ Aplicar el cálculo de las anualidades en el campo financiero a través del desarrollo de ejercicios prácticos.

4.1. Anualidades o Rentas

En el campo financiero y comercial existen operaciones que requieren una serie de pagos periódicos al comienzo o al término del plazo. Estas operaciones se conocen como anualidades o rentas.

Según Zima & Brown (2005) manifiestan: "Es una sucesión de pagos, por lo general iguales, hechos a intervalos iguales de tiempo" (p.69).

Villalobos (2012) puntualiza: "Es una sucesión de pagos, generalmente iguales que se realizan a intervalos de tiempo iguales y con interés compuesto" (p.222).

Serrano Rodríguez (2008) muestra una forma altena para resolver las aunualidades, "usando la hoja de cálculo y/o software disponibles, se calcular una serie de sucesiones de valor neto presente y tasa interna de retorno" (p.314).

En resumen, la anualidad es un conjunto de pagos del mismo valor, que se realizan a intervalos de tiempos uniformes, aplicando una tasa de interés compuesto. La palabra anualidad, no necesariamente se refiere a pagos que se realizan cada año, sino a la frecuencia que se realice que pueden ser: semestral, trimestral, mensual o diario; existe en la actualidad facilidades de aplicación como la hoja Excel y software especializado que facilitan su aplicación y resultado.

4.1.1. Algunos conceptos básicos

Período de pago: constituye el tiempo que existe entre dos pagos o depósitos sucesivos, que puede ser: semestral, trimestral, mensual, semanal, semestral o diaria, etc.

Plazo de una anualidad: es el intervalo de tiempo de pago o depósito que existe entre el inicio del primer período y la finalización del último pago.

Tasa de la anualidad: porcentaje de interés que se establece para el pago o depósito de las rentas; puede ser nominal o efectiva (tiene el mismo tratamiento de la tasa que vimos en el capítulo de interés compuesto.

Pago: valor pagado o depositado cada período; no cambia durante la vigencia de la anualidad.

Renta anual: es la sumatoria de pagos o depósitos realizados en el transcurso del año.

Rentas perpetuas: conjunto de pagos o cobros que se efectuarán indefinidamente

4.2. Clasificación de las anualidades.

Generalmente, en las anualidades la frecuencia de pagos concuerda con la frecuencia de capitalización de intereses, sin embargo, puede haber excepciones como: que la renta se haga al inicio o al final de cada período; que el primer pago o depósito se realice en el primer período o después de varios períodos. En consecuencia, las anualidades se clasifican en:

4.2.1. Según la fecha en que inicia y termina el plazo

4.2.1.1. Anualidad cierta: se considera previo acuerdo, es decir, se conocen las fechas extremas del plazo; generalmente son créditos para el sector automotriz o vivienda, ejemplo: en la compra de un bien en la que se da un pago o entrada, y el número de mensualidades en que se liquidará la deuda.

4.2.1.2. Anualidad eventual o contingente: es cuando no se conoce al menos una de las fechas extremas del plazo y dependen de alguna circunstancia externa, tales como: seguros de vida, robo, incendios, accidentes, entre otros. También pueden ser, las anualidades de la pensión mensual del Instituto Ecuatoriano de Seguridad Social (IESS), que recibe el empleado cuando se jubila, si el pensionista fallece esta pensión cambia de nombre son beneficiarios los deudos y se denomina "montepío".

4.2.2. Según la forma de pago:

4.2.2.1. Anualidad anticipada: se denomina así, a los pagos que se efectúan al comienzo de cada período, es decir, las cuotas se pagan por adelantado.

4.2.2.2. Anualidad ordinaria o vencida: cuando los pagos o depósitos incluyen la liquidación de los respectivos intereses que se ejecutan al finalizar de cada período, ejemplo: el pago de un crédito que se realiza al terminar cada período acordado.

4.2.2.3. Anualidad diferida: se llaman así, aquellas anualidades cuyos pagos no se realizan desde el primer período, sino luego de haber transcurrido más de un período (períodos de gracia). Un ejemplo de este caso, son las ventas a crédito con promociones, "compre en navidad y pague desde marzo", este procedimiento se vuelve atractivo, la gente se entusiasma con esta modalidad y opta por preferirla.

4.2.3. Según intervalos de pago

4.2.3.1. Anualidad simple: cuando los pagos se hacen en el mismo lapso de tiempo en que se capitalizan los intereses, ejemplo: si la capitalización es mensual, los pagos o depósitos serán también mensuales.

4.2.3.2. Anualidad general: se originan cuando los períodos de capitalización de intereses son diferentes de los períodos de pago, ejemplo: una renta trimestral con intereses con capitalización semestral.

Para la resolución de este tipo de anualidades, se realiza el cálculo del interés equivalente o tasas equivalentes; se aplica la siguiente fórmula:

$$1 + i = \left(1 + \frac{j}{m}\right)^{m} \tag{4.1}$$

Existe otra clase de anualidades de intervalo; se denominan anualidades de perpetuidad, se identifica porque los pagos se realizan de forma indefinida, ejemplo: el pago mensual, que es el resultado de los intereses ganados por un capital donado por filántropos.

4.3. Valor de las anualidades

Es el valor de pagos o depósitos calculados a la *terminación* del plazo, se denomina monto o valor futuro de la anualidad.

El valor de los pagos o depósitos calculados al *comienzo* se denomina valor presente o valor actual de la anualidad.

Estos valores también se pueden calcular en fechas intermedias, en estos casos, se calculará el valor futuro de la parte vencida y el valor presente de la parte por vencer. Esta explicación se verá más adelante en el tema derechos del acreedor y deudor.

4.3.1. Simbología utilizada para las anualidades

P = Pago periódico de una anualidad o renta

j = Tasa nominal anual

m = Número de capitalizaciones en el año

t = Tiempo en años

n = Número de períodos de pago o de depósito

i = Tasa efectiva por período de capitalización

C = Valor actual o presente de una anualidad

S = Monto o valor futuro de la anualidad.

4.4. Cálculo del monto o valor futuro de la anualidad

Los pagos realizados al final de cada período ganan interés compuesto hasta el final, cada pago realizado al final del período capitaliza y acumula los intereses en cada uno de los siguientes períodos excepto el último que no genera interés, toda vez que coincide con la fecha de término de la anualidad.

Esta fórmula se deriva de la fórmula "suma de una progresión geométrica", se revisó en el capítulo I: $S = \frac{a*r^n-1}{r-1}$, se despeja la fórmula y se obtiene la fórmula del monto de una anualidad, así:

$$S = P * \left[\frac{(1+i)^n-1}{i}\right] \tag{4.2}$$

4.5. Cálculo del valor actual o presente de la anualidad (VA)

El valor actual de una anualidad es el valor con sus intereses compuestos descontados y calculados al inicio de la anualidad. Se calcula con la fecha de referencia al inicio de la anualidad. Cada renta se determina con el valor actual que le corresponde, al inicio de la anualidad y con la tasa respectiva.

De la misma manera que el monto, la fórmula de cálculo del valor presente es resultante de aplicación de la fórmula "suma de una progresión geométrica" cuando *r* es menor que 1.

$S = \frac{ar^n-a}{1-r}$ de la cual se despeja la siguiente fórmula:

$$C = P * \left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right] \tag{4.3}$$

4.6. Cálculo del pago periódico

El pago o depósito periódico sea para, cancelar una deuda o acumular un fondo se debe calcular tomando como referencia las fórmulas que anteceden: de valor futuro (S) y la del valor actual (C).

4.6.1. Fórmula del pago en función del monto de la anualidad.

Partiendo de la siguiente fórmula:

$$S = P * \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right]$$

Se tiene:

$$P = S * \left[\frac{i}{(1+i)^n - 1}\right]$$

4.6.2. Fórmula del pago en función del valor actual de la anualidad.

Se deriva de la fórmula del valor presente:

$$C = P * \left[\frac{1 - (1+i)^{-n}}{i}\right]$$

$$P = C * \left[\frac{i}{1-(1+i)^{-n}}\right] \qquad (4.4)$$

4.7. Cálculo del número de períodos de pago

Previo a este cálculo es necesario conocer el monto o valor actual de la anualidad, el pago y la tasa de interés.

4.7.1. Cálculo de n en función del monto:

Como en casos anteriores, se parte de la fórmula base:

$$S = P * \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right]$$

Se realiza el despeje correspondiente y se obtiene:

$$P * \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right] = S \qquad (4.5)$$

$$\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right] = \frac{S}{P}$$

$$(1+i)^n - 1 = \frac{S}{P} * i$$

$$(1+i)^n = \left(\frac{S}{P} * i\right) + 1$$

$$n * log.(1+i) = log.\left[\left(\frac{S}{P} * i\right) + 1\right] \qquad (4.6.1)$$

Fórmula para calcular el número de periodos en función del monto

$$n = \frac{log.\left[\left(\frac{S}{P} * i\right) + 1\right]}{log.(1+i)} \qquad (4.6.2)$$

4.7.2. Cálculo de n en función del valor presente:

Despejando la fórmula original del valor presente se obtiene:

$$C = P * \left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right]$$

$$P * \left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right] = C$$

$$\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right] = \frac{C}{P}$$

$$1-(1+i)^{-n} = \frac{C}{P} * i$$

$$-(1+i)^{-n} = \left(\frac{C}{P} * i\right) - 1$$

$$(1+i)^{-n} = 1 - \left(\frac{C}{P} * i\right)$$

$$-n * log.(1+i) = log.\left[1 - \left(\frac{C}{P} * i\right)\right]$$

$$-n = \frac{log.\left[1 - \left(\frac{C}{P} * i\right)\right]}{log.(1+i)}$$

Fórmula para calcular el número de periodos en función del valor presente

$$n = -\frac{log.\left[1-\left(\frac{C}{P}*i\right)\right]}{log.(1+i)} \qquad (4.7)$$

4.8. Cálculo de la tasa de interés

Para determinar la tasa de interés se obtienen otros resultados como valor futuro, valor actual y el número de períodos. No existe una fórmula directa para realizar este cálculo, se toma como base la fórmula del valor futuro y del valor actual según corresponda y se resuelve con la aplicación de la interpolación, proporcionando valores aproximados a i .Se aplican las siguientes fórmulas:

Fórmula para calcular la tasa en función del valor futuro

$$\left[\frac{(1+i)^n-1}{i}\right] = \frac{\boldsymbol{S}}{\boldsymbol{P}} \qquad (4.8)$$

Fórmula para calcular la tasa en función del valor presente

$$\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right] = \frac{\boldsymbol{C}}{\boldsymbol{P}} \qquad (4.9)$$

Ejemplo 1

Determinar el valor présenle de *ANUALIDAD ORDINARIA* de 30 pagos de $ 400 cada uno realizados al final de cada mes, que generan intereses del 12 % anual capitalizable mensualmente.

Desarrollo

Datos:

P = 400

j = 0,12

m = 12

n = 30

i = 0,01

C = ?

$$C = P * \left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right]$$

$$C = 400 * \left[\frac{1-(1+0{,}01)^{-30}}{0{,}01}\right]$$

$C = 400 * 25{,}80770822$

Respuesta: $C = \$\ 10\ 323{,}08$

Ejemplo 2:

Hilda viaja a España y deja su casa en alquiler por 6 años, con la condición de que depositen en una cuenta de ahorros que reconoce el 6 % anual capitalizable trimestralmente el valor de $ 900 al fin de cada trimestre. Se pide: a) ¿Qué valor se habrá acumulado en la libreta de ahorros? y b) ¿Cuál es el valor presente del contrato de alquiler?

Datos:

P = 900

j = 0,06

m = 4

t = 6

n = 24

i = 0,015

S = ?

$$S = P * \left[\frac{(1+i)^{n}-1}{i}\right]$$

$$S = 900 * \left[\frac{(1+0{,}015)^{24}-1}{0{,}015}\right]$$

$S = 900 * 28{,}63352079$

Respuesta a) monto de la anualidad $S = \$\ 25\ 770{,}17$

$$C = P * \left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right]$$

$$C = 900 * \left[\frac{1-(1+0{,}015)^{-24}}{0{,}15}\right]$$

$$C = 900 * \left[\frac{1-(1+0{,}015)^{-24}}{0{,}015}\right]$$

$C = 900 * 20{,}03040537$

Respuesta b) valor presente de la anualidad (del contrato) $C = \$\ 18\ 027{,}36$

Ejemplo 3

La compañía Caterpillar vende tractores, recibe una cuota inicial de $ 20 000 y 36 cuotas mensuales de $ 3 000 cada una, al valor se impone una tasa del 18 % con capitalización mensual, se pide: Calcular el valor de contado y el valor presente de la anualidad del tractor.

Datos:

ENTRADA = 20 000

P = 3 000

j = 0,18

m = 12

n = 36

i = 0,015

C = ?

$$C = P * \left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right]$$

$$C = 3\,000 * \left[\frac{1-(1+0{,}015)^{-36}}{0{,}015}\right]$$

$$C = 3\,000 * 27{,}66068431$$

Respuesta: $C = \$\,82\,982{,}05$ **valor presente de la anualidad**

El problema pide calcular el valor de contado, entonces:

Valor de contado = Cuota Inicial + Valor presente

Valor de contado = 20 000 + 82 982,05

Respuesta: Valor de contado = $ 102 982,05

Ejemplo 4

Al cumplir 10 años su hijo, Elizabeth decide depositar semestralmente $ 1 000, en una cuenta de ahorros que paga el 6 % nominal con capitalización semestral, si realiza estos depósitos durante 5 años consecutivos, ¿cuánto tendrá en la cuenta de ahorros su hijo al cumplir 21 años?

En este ejercicio se debe calcular, primero el monto de la anualidad durante los 5 años de los depósitos, es decir hasta cumplir 15 años (10 depósitos semestrales), luego del valor resultante se calculará un nuevo monto del interés compuesto hasta cumplir los 21 años (12 períodos) de la siguiente forma:

Datos:

P = 1 000

j = 0,06

m = 2

t = 5

n = 10

i = 0,03

S = ?

$$S = P * \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right]$$

$$S = 1\,000 * \left[\frac{(1+0{,}03)^{10} - 1}{0{,}03}\right]$$

$S = 1\,000 * 11{,}46387931$

$S = \$\ 11\,463{,}88$

El monto de la anualidad se convierte en valor presente para calcular el nuevo monto a interés compuesto, así:

Datos:

C = 11 463,88

j = 0,06

m = 2

t = 6

n = 12

i = 0,03

M = ?

$M = C * (1+i)^n$

$M = 11\,463{,}88 * (1+0{,}03)^{12}$

$M = 11\,463{,}88 * 1{,}425760887$

Respuesta: $M = \$\ 16\,344{,}75$ **valor que tendrá su hijo en la libreta de ahorros al cumplir los 21 años.**

Ejemplo 5

¿Cuántos pagos trimestrales de $ 300 deberán hacerse para cancelar una deuda de $ 6 493,60 al 9 % de interés con capitalización trimestral

Datos:

C = 6 493,60

P = 300

j = 0,09

m = 4

i = 0,0225

n = ?

$$n = -\frac{log.\left[1 - \left(\frac{C}{P} * i\right)\right]}{log.(1 + i)}$$

$$n = -\frac{log.\left[1 - \left(\frac{6\ 493,60}{300} * 0,0225\right)\right]}{log.(1\ 0225)}$$

$$n = -\frac{log.0,51298}{log.(1,0225)}$$

$n = -(-30)$

Respuesta: $n = 30$

Ejemplo 6

¿Cuántos depósitos mensuales de $ 150 deberán hacerse para acumular un fondo de $ 4 295,03 al 18 % de interés con capitalización mensual.

<u>Datos:</u>

C = 4 295,03

P = 150

j = 0,18

m = 12

i = 0,015

n = ?

$$n = \frac{log.\left[\left(\frac{S}{P} * i\right) + 1\right]}{log.(1 + i)}$$

$$n = \frac{log.\left[\left(\frac{4\,295{,}03}{150} * 0{,}015\right) + 1\right]}{log.(1{,}015)}$$

$$n = \frac{log.\,1{,}429503}{log.(1{,}015)}$$

$$n = \frac{0{,}155185071}{0{,}006466042249}$$

Respuesta: $n = 24$

Ejemplo 7

Calcular la tasa de interés anual, capitalizable semestralmente, de un conjunto de depósitos de $ 1 200 realizados al final de cada semestre, que acumulará un fondo $ 20 000 en 6 años.

Datos:

S = 20 000

P = 1 200

m = 2

t = 6

n = 12

I = ?

Aplicando la fórmula se obtiene:

$$\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right] = \frac{\boldsymbol{S}}{\boldsymbol{P}}$$

$$\left[\frac{(1+i)^{12} - 1}{i}\right] = \frac{\mathbf{20\,000}}{\mathbf{1\,200}}$$

$$\left[\frac{(1+i)^{12} - 1}{i}\right] = \mathbf{16{,}666667}$$

Una vez encontrado este factor procedemos a buscar los valores aproximados de *i* utilizando la tabla de valor futuro correspondiente.

$$\left[\frac{(1+0{,}06)^{12}-1}{0{,}06}\right] = \mathbf{16,8699412}$$

$$\left[\frac{(1+0{,}055)^{12}-1}{0{,}055}\right] = \mathbf{16,38559065}$$

Como se puede observar, la tasa que buscamos está entre el 6 % y 5,5 %; luego se procede a interpolar de la siguiente forma:

Valor de i	**valor en tablas**	
0,06	16,8699412	16,666667
0,055	16,38559065	16,38559065
0,005	0,48435055	0,28107635

Planteando una regla de tres se tiene:

0,48435055 ——— 0,005

0,28107635 ——— x

$$x = \frac{0{,}28107635 \times 0{,}005}{0{,}48435055}$$

$$x = \frac{0{,}001405382}{0{,}48435055}$$

$$x = 0{,}00290158$$

Luego:

$i = 0{,}055 + 0{,}00290158 = 0{,}05790158$

$i = 5{,}790158\ \%\ \textit{tasa semestral}$

$i = 5{,}790158\ \% * 2$

Respuesta: $i = 11{,}580316\ \%$ **tasa anual capitalizable semestralmente.**

Ejemplo 8

Janeth debe realizar 30 pagos de \$ 600 al final de cada mes para liquidar una obligación de \$ 13 000. Determinar la tasa nominal anual con capitalización mensual en esta deuda.

<u>Datos:</u>

C = 13 000

P = 300

m = 12

n = 60

i = ?

La fórmula para el desarrollo de este ejercicio es:

$$\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right] = \frac{\boldsymbol{C}}{\boldsymbol{P}}$$

$$\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right] = \frac{\mathbf{13\ 000}}{\mathbf{300}}$$

$$\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right] = \mathbf{21.66666667}$$

Luego de haber encontrado este factor procedemos a buscar los valores aproximados de *i* utilizando la tabla de valor presente correspondiente.

$$\left[\frac{1-(1+i)^{-30}}{i}\right] = \mathbf{22,39645555}$$

$$\left[\frac{1-(1+i)^{-30}}{i}\right] = \mathbf{20,93029259}$$

$$= \mathbf{22,39645555}$$

$$\mathbf{21.66666667}$$

Con los resultados obtenidos, la tasa que se busca está entre el 2 % y el 2, 5 %; posteriormente, se procede a la interpolación respectiva:

Valor de i	valor en tablas	
0,02	22,39645555	21,66666667
0,025	20,93029259	20,93029259
-0,005	1,46616296	0,73637408

Planteando una regla de tres se tiene:

1,46616296 ——— -0,005

0,73637408 ——— x

$$x = \frac{0{,}73637408 \times -0{,}005}{1{,}46616296}$$

$$x = \frac{-0{,}00368187}{1{,}46616296}$$

$$x = -0{,}002511229$$

En este caso esta diferencia se resta de la tasa mayor

$$\begin{array}{r} 0{,}025000 \\ -0{,}002511229 \\ \hline 0{,}02248877 \end{array}$$

i = 0,01145450

i = 2,248877 % mensual

Respuesta: i = 26,986524 % anual capitalizable mensualmente.

4.9. Ejercicios propuestos de anualidades

1. Como un plan de ahorro para garantizar la educación superior de su hijo, una pareja decide depositar $ 100 al final de mes en una cuenta bancaria que paga intereses con una tasa de 6 % anual capitalizable mensualmente. Si el plan de ahorro comenzó cuando el niño tenía 6 años, ¿Cuánto dinero se habrá acumulado cuando cumpla 18 años?

   Respuesta: $21 015,02

2. Juan efectúa pagos de $ 500 cada mes durante 10 años a una tasa del 9 % anual capitalizable mensualmente. Calcular: a) el valor actual y b) los intereses obtenidos.

   Respuesta: a) $ 39 470,85 b) $ 20 529,15

3. Después de pagar una entrada de $ 4 000 por un auto móvil, el señor Merino Córdova pagó $ 200 por mes, durante 36 meses con un interés del 15 % por año, compuesto mensualmente, sobre el saldo insoluto. ¿Cuál era el costo original del auto? ¿Qué proporción de los pagos correspondientes a cargos por intereses?

Respuesta: $ 9 769,45; $ 1 430,55

4. La compañía Cemento Chimborazo desea formar un fondo de jubilación para sus trabajadores; con este propósito descuenta $ 30 mensuales a cada empleado de su sueldo durante 30 años, los deposita en una entidad autorizada que acuerda reconocer una tasa del 6 % anual con capitalización mensual. ¿Cuánto habrá acumulado cada trabajador?, ¿Cuánto corresponderá a intereses?

   Respuesta: $ 30 135,45; $ 19 335,45

5. La empresa eléctrica Riobamba S.A. adeuda a la Corporación Financiera Nacional 48 cuotas de $ 1 200 pagadero al final de cada trimestre. Determinar el valor actual de la obligación considerando una tasa del 9 % anual capitalizable trimestralmente.

   Respuesta: $ 35 003,46

6. ¿Cuál de las siguientes opciones debe escoger el adquirente de un vehículo: $ 15 000 de contado o $ 5 000 de entrada con 24 cuotas de $ 500,00 al final de cada mes considerando una tasa de interés del 18% anual con capitalización mensual?

   Respuesta: $ 15 000 al contado.

7. Determinar el valor que debe depositar un empleado cada mes con fines de jubilación, durante 30 años, desde el año 2010, en una institución autorizada que reconoce una tasa del 6 % anual con capitalizable mensualmente, si se tiene la aspiración de recibir una pensión jubilar mensual de $ 1 000 desde el año 2040 hasta el año 2055.

   Respuesta: $ 117,97

8. Molinos del Ecuador S.A. necesita una cantidad de $ 20 000 para invertir después de 8 años. ¿Para cumplir con este propósito qué cantidad debe depositar al finalizar cada semestre en un banco que reconoce una tasa del 10 % con capitalización cada seis meses.

   Respuesta: $ 845,50

9. Una empresa necesita tener $ 15 000, para lo cual realiza depósitos cada seis meses de $ 350 a una tasa del 15 % anual con capitalización semestral. ¿Qué número depósitos completos realizará y de cuánto será el depósito adicional, efectuado en la misma fecha del último depósito, para completar el valor necesario?

   Respuesta: n = 19 depósitos completos y debe hacerse un depósito adicional en la misma

fecha de $ 1 226,38 para completar el valor requerido.

10. En el planteamiento anterior, ¿de cuánto será el depósito adicional, si se hace un período después de haber realizado el depósito completo?

    Respuesta: $ 193,36

11. ¿Cuántos pagos completos de $ 2 000 al final de cada mes se necesitan para cancelar una deuda de $ 14 000, si se acuerda una tasa de interés de 18 % anual capitalizable mensualmente?, ¿Con qué pago final, concuerda con el último pago completo, que se cancelará la mencionada obligación?

    Respuesta: n = 7 pagos, debe hacerse un pago adicional en la misma fecha de $ 891,84 para cancelar la deuda.

12. En el enunciado anterior, ¿con qué pago adicional, realizado un mes después del último pago completo, se pagará la obligación?

    Respuesta: $ 905,22

13. Determinar la tasa anual, con capitalización cada seis meses. ¿En qué serie de depósitos de $ 1 200 cada semestre podrá acumular un fondo de $ 60 000 en 11 años?

    Respuesta: 14,319366%

14. Si Janeth deposita $ 1 000 al final de cada año fiscal en una cuenta de retiro que paga intereses a una tasa de 9 % efectiva. ¿Cuánto dinero tendrá en su cuenta al final de 20 años?

    Respuesta: $ 51 160,12

15. Si Luis Ernesto deposita $ 100 al final de cada mes en una cuenta de ahorro que gana intereses a una tasa de 6 % anual capitalizable mensualmente. ¿Cuánto tendrá depositado al final de 10 años, si no realiza retiros durante dichos períodos?

    Respuesta: $ 16 387,93

16. El ingeniero Patricio, trabajador independiente, contribuye con $ 3 000 al año en una cuenta de retiro. ¿Cuánto dinero tendrá en la cuenta después de 20 años, si la cuenta genera intereses con una tasa de 11 % convertible cada año?

    Respuesta: $ 192 608,50

17. La familia Humanante planea viajar a Europa dentro de dos años y han decidido apartar de sus ingresos $ 200 cada mes para su viaje. Si depositan ese dinero al final de cada mes en una cuenta de ahorro que paga intereses del 6 % anual capitalizable mensualmente. ¿Cuánto dinero tendrá en su fondo para el viaje al final del segundo año?
    Respuesta: $ 5 086,39

18. El Don Pepito con la Sra. Hildita, han rentado un auto durante dos años a $ 450 por mes. Si el dinero tiene un valor de 9 % por año compuesto mensualmente, ¿cuál es el pago en efectivo equivalente (el valor presente) de esta anualidad?
    Respuesta: $ 9 850,12

19. La señora Rosita paga una entrada de $ 2 500 para adquirir un nuevo automóvil. Para pagar el restante del precio del automóvil ha solicitado un préstamo a una entidad financiera, con una tasa de 12 % por año compuesta mensualmente. Según los términos del contrato de crédito, debe realizar pagos de $ 250 por mes durante 36 meses. ¿Cuál es el precio en efectivo del auto?
    Respuesta: $ 10 026,88.

20. Una entidad solicita un préstamo a una entidad financiera a 2 años plazo, comprometiéndose a pagar cuotas de $ 1 200 mensuales. Determine el valor del préstamo que concedería la institución financiera si acuerda una tasa del 14 % anual con capitalización mensual.
    Respuesta: $ 24 993,29

21. Una empresa desea acumular en 12 años $ 60 000 para reposición de maquinaria. Determine el valor del depósito semestral que deberá realizar en una institución autorizada que paga una tasa del 8 % con capitalización cada seis meses.
    Respuesta: $ 1 535,21.

22. Determine el valor de los depósitos mensuales durante 30 años, que una entidad deberá hacer a un banco que reconoce una tasa del 6 % anual con capitalización mensual, con el propósito de efectuar retiros de $ 400,00 mensuales durante los 12 años siguientes.
    Respuesta: $ 40,80566071

23. Calcular el valor futuro y el presente, con sus respectivos intereses, de un conjunto de pagos de $ 70 realizados cada mes durante 25 años a una tasa del 6 % anual con capitalización continua.
    Respuesta: $ 48 621,89; $ 10 849,01

24. La empresa Cemento Chimborazo decide construir un fondo para reemplazar maquinaria para su planta industrial, realizando depósitos mensuales de \$ 600. ¿Cuánto tendrá en el fondo luego de 10 años?; el tiempo que coincide con la terminación de la vida útil de los equipos y una tasa de interés del 6 % anual, con capitalización mensual?

    Respuesta: \$ 98 327,61

25. Luis, cliente del Banco del Pacífico, solicita un crédito a 4 años plazo comprometiéndose a pagar \$ 600 mensuales. Determine el valor del crédito si se acuerda una tasa de interés del 15 % anual, con capitalización mensual.

    Respuesta: \$ 21 558,89

4.10 Anualidad Anticipada

La anualidad es anticipada si los pagos o depósitos se hacen al iniciar los períodos; para calcular el valor futuro de una anualidad anticipada, a cada pago se le incluyen los intereses de acuerdo al número de períodos que exista entre el pago o depósito y el final del plazo. En consecuencia, la fórmula del interés compuesto se utiliza para cada valor futuro parcial, después se acumula y se obtiene una fórmula general.

4.10.1. Fórmula para calcular el monto de una anualidad anticipada.

$$S = P * (1+i) * \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right] \qquad (4.10.1)$$

Se puede utilizar la siguiente fórmula alternativa

$$S = P * \left[\frac{(1+i)^{n+1} - 1}{i} - 1\right] \qquad (4.10.2)$$

4.10.2. Fórmula para calcular el valor presente de una anualidad anticipada

El valor presente de una anualidad anticipada se calcula en forma similar al valor futuro con la diferencia que se aplica la fecha focal el principio de la anualidad; su fórmula es:

$$C = P * \left[1 + \frac{1-(1+i)^{-n+1}}{i}\right] \qquad (4.11.1)$$

La fórmula alternativa es:

$$C = P * \left[\frac{1-(1+i)^{-(n-1)}}{i} + 1\right] \qquad (4.11.2)$$

Ejemplo 9

Calcule el valor acumulado, en 3 años, si se depositan $1 200 al comienzo de cada mes en una institución financiera que otorga una tasa del 18 % anual, con capitalización mensual.

Desarrollo:

La anualidad es simple porque concuerdan el tiempo de conversión con los pagos; es cierta porque se conoce el número de pagos; es ordinaria porque los pagos y/o depósitos se realizan desde el primer período y es anticipada porque los pagos y/o depósitos se efectúan el primer día de cada período mensual.

<u>Datos:</u>

P = 1 200

m = 12

n = 36

i = 0,015

S = ?

Se aplica la fórmula del monto de una anualidad anticipada, de la siguiente forma:

$$S = P * (1+i) * \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right]$$

$$S = 1\,200 * (1{,}015) * \left[\frac{(1{,}015)^{36} - 1}{0{,}015}\right]$$

$$S = 1\,200 * (1{,}015) * 47{,}27596921$$

Respuesta: $S = \$\,57\,582{,}13$

Aplicando la fórmula alternativa

$$S = P * \left[\frac{(1+i)^{n+1} - 1}{i} - 1\right]$$

$$S = 1\,200 * \left[\frac{(1{,}015)^{36+1} - 1}{0{,}015} - 1\right]$$

$S = 1\ 200 * [48{,}98510874 - 1]$

Respuesta: $S = \$\ 57\ 582{,}13$

Ejemplo 10

¿Qué tiempo deberá transcurrir para que se acumulen \$ 8 172,96 en la cuenta de una institución financiera que paga intereses con una tasa del 12 % anual con capitalización mensual, si se depositan \$ 300 el primer día de cada mes?

Para resolver este ejercicio, se parte de la fórmula original del monto:

P = 300

m = 12

S = 8 172,96

i = 0,01

n = ?

$$P * (1 + i) * \left[\frac{(1 + i)^n - 1}{i}\right] = S$$

$$\left[\frac{(1 + i)^n - 1}{i}\right] = \frac{S}{P * (1 + i)}$$

$$(1 + i)^n = \left\{\left[\frac{S}{P * (1 + i)}\right] * i\right\} + 1$$

$$n = \frac{Log.\langle\left\{\left[\frac{S}{P*(1+i)}\right] * i\right\} + 1\rangle}{log.(1 + i)}$$

$$n = \frac{Log.\langle\left\{\left[\frac{8\ 172{,}96}{300*(1{,}01)}\right] * 0{,}01\right\} + 1\rangle}{log.(1 + i)}$$

$$n = \frac{Log.\langle\{26{,}97346535 * 0{,}01\} + 1\rangle}{log.1{,}01}$$

$$n = \frac{Log.1{,}269734653}{log.1{,}01}$$

$$n = \frac{0{,}103712972}{0{,}004321373783}$$

Respuesta: $n = 24$

Ejemplo 11

Una entidad, con el fin pagar una obligación, realiza pagos al principio de cada mes, por \$ 1 400, acordando una tasa del 9 % anual, con capitalización mensual, ¿Cuánto habrá cancelado de capital en 12 años?, ¿Cuál será el interés pagado?

<u>Datos:</u>

P = 1 200

m = 12

n = 144

i = 0,0075

C = ?

Se aplica la fórmula respectiva se obtiene:

$$C = P * \left[\frac{1-(1+i)^{-(n-1)}}{i} + 1\right]$$

$$C = 1\,400 * \left[\frac{1-(1{,}0075)^{-(144-1)}}{0{,}0075} + 1\right]$$

$C = 1\,400 * [87{,}53012514 + 1]$

Respuesta: $C = \$\ 123\,942{,}18$

Es el valor que ha pagado de capital; los intereses pagados son \$ 48 857,82

4.11. Anualidad Diferida

En el campo de las transacciones financieras, en forma frecuente, se dan facilidades de pago, ejemplo: que el primer período de pago comience en una fecha futura, luego de haber transcurrido cierto tiempo desde la fecha inicial del convenio, es decir, el período inicial de la anualidad no coincide con la fecha de la primera renta.

Por consiguiente, la anualidad diferida es aquella en la cual el primer pago se realiza algunos períodos después de haber iniciado la operación financiera.

4.11.1 Fórmula del valor presente de la anualidad diferida.

Las fórmulas a utilizarse para el cálculo del valor presente de una anualidad diferida son las siguientes:

$$C = P * \left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right] * (1+i)^{-k} \qquad (4.12.1)$$

$$C = P * \left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right] - P * \left[\frac{1-(1+i)^{-k}}{i}\right] \qquad (4.12.2)$$

Donde:

C = Valor presente o valor actual de la anualidad

P = Valor del pago periódico

i = Tasa de interés efectiva periódica

n = Número de períodos de pago

k = Número de períodos de gracia

Ejemplo 12

Calcular el valor presente de un conjunto de pagos de $ 2 000 trimestrales, si el primer pago se realiza en 2 años y el último al término de 8 años, con la tasa de interés es del 9 % anual y capitalización trimestral.

Datos para aplicar la primera fórmula (4.12.1):

C = ?

P = 2 000

J = 0,09

m = 4

t = 8

i = 0,0225

n = 25

k = 7

$$C = P * \left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right] * (1+i)^{-k}$$

$$C = 2\ 000 * \left[\frac{1-(1{,}0225)^{-25}}{0{,}0225}\right] * (1{,}0225)^{-7}$$

$$C = 2\ 000 * 18{,}96238263 * 0{,}855769459$$

Respuesta: $C = \$\ 32\ 454{,}86$

Datos para aplicar la segunda fórmula (4.12.1):

C = ?

P = 2 000

J = 0,09

m = 4

t = 8

i = 0,0225

n = 32

k = 7

$$C = P * \left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right] - P * \left[\frac{1-(1+i)^{-k}}{i}\right]$$

$$C = 2\ 000 * \left[\frac{1-(1{,}0225)^{-32}}{0{,}0225}\right] - 2\ 000 * \left[\frac{1-(1{,}0225)^{-7}}{0{,}0225}\right]$$

$$C = 2\ 000 * 22{,}63767419 - 2\ 000 * 6{,}41024626$$

$$C = 45\ 275{,}35 - 12\ 820{,}49$$

Respuesta: $C = \$\ 32\ 454{,}86$ **utilizando la segunda fórmula la respuesta es igual a la primera.**

4.12 Ejercicios propuestos sobre anualidades anticipadas y diferidas

1. ¿Cuánto se debe depositar cada 15 días en una institución financiera que reconoce 12 % de interés capitalizable quincenalmente, durante 9 meses, para acumular $ 25 000 al cumplirse la fecha?

   Respuesta: $ 1 324,17

2. ¿Cuánto debe pagar al inicio de cada mes la señora Rosita, durante 24 meses, para recuperar una letra de cambio que firmó por un crédito de $ 28 000 inicialmente, a una tasa de interés del 18 % con capitalización mensual?

   Respuesta: 1 377,22

3. Una entidad decide realizar depósitos en una entidad financiera, al inicio de cada trimestre por un valor de $ 2 200 durante 8 años. ¿Cuánto tendrá al finalizar el plazo, si se acuerda una tasa del 9 % anual, con capitalización cada tres meses?

   Respuesta: $103 787,23

4. La empresa Colinas del Sol realiza pagos de $ 1 500 al inicio de cada mes, a una tasa del 12 % anual, capitalizable cada mes. ¿Cuánto habrá cancelado de principal en 6 años? ¿Cuánto de intereses?

   Respuesta: $ 77 492,84 de capital; $ 30 507,16 de intereses

5. ¿Cuánto gana en intereses la Licenciada Ramos al realizar 30 depósitos mensuales anticipados de $ 500 que devengan el 9 % de interés anual compuesto por meses?

   Respuesta: $ 7 877,09

6. La Facultad de Administración de Empresas de la ESPOCH adquiere muebles y enseres con un abono inicial de $ 20 000 y 10 pagos mensuales de $ 5 000 cada uno, cancelando la primera 4 meses después de la compra, ¿cuál es el precio de los muebles, si se conviene una tasa del 12 % con capitalización mensual.

   Respuesta: $ 65 963,77

7. Calcular el valor de compra de una televisión que se cancela con 15 pagos quincenales de $ 400, si el primero se realiza 3 meses después de la compra a la tasa del 31,92 % nominal con capitalización semanal.

   Respuesta: $ 5 263,55

8. Una madre desea saber qué valor debe invertir el momento de nacer su hijo, con la finalidad de retirar $ 5 000 cada vez que éste cumpla años, entre los 6 y 20 años, si se pacta una tasa del 12 % efectiva. Calcule los intereses que se obtengan.

   Respuesta: $ 19 323,34; $ 55 676,66

9. El primer día de cada mes de los primeros 6 meses del año se invierten en una institución financiera el valor de $ 1 200 a una tasa del 15 % nominal con capitalización mensual. ¿Qué valor se acumulará al finalizar el año?

   Respuesta: $ 8 103,69

10. ¿Cuál será el valor del crédito que se paga con 12 rentas bimestrales de $ 2 500 a una tasa del 14 % anual capitalizable cada dos meses si el primer pago se efectúa 6 meses después de la fecha inicial? Calcule los intereses.

    Respuesta: $ 24 737,25; $ 5 262,75

11. Se realiza un préstamo hipotecario por el valor de $ 105 000 y se conviene en realizar 60 pagos mensuales, depositando el primero, 8 meses después de la fecha inicial. ¿Cuál será el valor de cada pago si se pacta una tasa del 12 % nominal convertible mensualmente? ¿Cuál es el valor de los intereses? **Respuesta: $ 2 504,15; $45 249,07**

CAPÍTULO V. AMORTIZACIÓN DE CRÉDITOS Y FONDOS DE AMORTIZACIÓN (FA)

A menudo se utiliza la palabra amortizar, como el proceso de liquidar una deuda, aplicando tasa de interés compuesto, en la que se realiza pagos durante un número de períodos preestablecidos.

Objetivo general

- ✓ Conocer los conceptos de amortización y fondo de amortización, así como sus semejanzas y diferencias.

Objetivos específicos

- ✓ Elaborar tablas de amortización y fondos de amortización.
- ✓ Calcular la cuota o renta de amortización.
- ✓ Determinar los derechos del acreedor y deudor en cualquier período de tiempo.
- ✓ Calcular el valor presente de los pagos o el valor futuro de los depósitos a una tasa de interés a un plazo determinado.
- ✓ Explicar el cálculo del valor de los depósitos o pagos, la tasa de interés o el plazo en operaciones de amortización y fondos de amortización.

5.1. Amortización de créditos

En finanzas, la palabra amortizar se utiliza para denominar un proceso financiero en el que se extingue gradualmente una deuda por medio de pagos periódicos iguales o diferentes. Cada pago u cuota reduce el pago de la deuda más intereses generados.

Según Portus (1997) manifiesta que: "Amortizar es el proceso de cancelar una deuda y sus intereses por medio de pagos periódicos" (p.175).

Ayres (1971) plantea que: "Es un documento que causa interés está amortizado cuando todas las obligaciones contraídas, tanto capital como intereses son liquidadas mediante una serie de pagos generalmente iguales, en intervalos de tiempo iguales" (p.95).

Por tanto, amortizar un crédito significa saldar gradualmente una deuda por medio de un conjunto de pagos que, generalmente, son iguales (que se realizan también a intervalos iguales). Aunque esta igualdad de pagos y de periodicidad es lo más usual, sin embargo, en ciertos casos, se efectúan operaciones con ciertas variaciones en el pago, en la tasa de interés o intervalo de tiempo.

5.1.1. Cálculo del valor del pago periódico

La amortización se refiere a la extinción de la deuda actual, mediante pagos periódicos. Los pagos que se realizan para amortizar un crédito cubre los intereses y reducen el importe de la deuda, de tal manera que cada pago contiene una porción de intereses y capital; de ahí que, en cada pago, se incrementa el valor al capital más interés, al mismo tiempo que disminuye el valor que corresponde a los intereses.

Para el cálculo del valor del pago, el procedimiento que se realiza es exactamente el mismo que se utiliza para el cálculo del valor presente de una anualidad, se aplica la siguiente fórmula:

$$P = C\left[\frac{i}{1-(1+i)^{-n}}\right] \qquad (5.1)$$

Ejemplo 1

¿Cuál es el valor de pago cada trimestre de una persona que consigue un préstamo en una entidad financiera por $ 9 000, si se contrata a una tasa del 12 % con capitalización trimestral? El préstamo será liquidado con pagos iguales cada tres meses durante 2 años 9 meses.

Datos:

C = 9 000

j = 12 %

m = 4

t = 2,75

n = 11

i = 0,03

$$P = 9\ 000\left[\frac{0,03}{1-(1,03)^{-11}}\right]$$

$$P = 9\ 000 * 0,108077447$$

Respuesta: $P = \$\ 972,70$

5.1.2. Cálculo del Capital insoluto y construcción de la tabla de amortización

Se denomina también *capital insoluto;* es la deuda no cubierta en una fecha determinada: el capital insoluto o no pagado; para su cálculo se aplica la fórmula del valor actual de una anualidad tomando en cuenta el número de pagos que todavía faltan por cumplirse.

Para una mejor comprensión, se elabora la tabla de amortización, que corresponde a los datos del ejemplo 1.

En la primera columna se detalla el orden de períodos; en la siguiente columna se describe el interés generado en cada período; luego, se describe el capital pagado en ese período, posteriormente el valor del pago periódico y en la última columna es el capital insoluto o pendiente de pago.

Tabla 5.1 Tabla de Amortización

Período	Interés ($)	Capital ($)	Pago ($)	Saldo insoluto ($)
0				9 000,00
1	270,00	702,70	972,70	8 297,30
2	248,92	723,78	972,70	7 573,53
3	227,21	745,49	972,70	6 828,03
4	204,84	767,86	972,70	6 060,18
5	181,81	790,89	972,70	5 269,29
6	158,08	814,62	972,70	4 454,67
7	133,64	839,06	972,70	3 615,61
8	108,47	864,23	972,70	2 751,38

9	82,54	890,16	972,70	1 861,23
10	55,84	916,86	972,70	944,37
11	28,33	944,37	972,70	0,00
Total	**1 699,67**	**9 000,00**	**10 699,67**	

Para calcular el saldo insoluto, sin elaborar la tabla de amortización, se aplica la fórmula del valor presente con el número de pagos que faltan por cancelarse, ejemplo: si se desea obtener el saldo insoluto después de haber realizado el pago número 8, se procede así:

Datos:

P = 972,70

n = 3

i = 0,03

C = ?

$$C = P\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right]$$

$$C = 972{,}70\left[\frac{1-(1{,}03)^{-3}}{0{,}03}\right]$$

$$C = 972{,}70 * 2{,}828611355$$

Respuesta: $C = \$\ 2\ 751{,}39$ **es el mismo valor que consta en la tabla en el período 8**

5.1.3. Período de gracia

Las empresas generalmente se endeudan a largo plazo con la modalidad de amortización gradual. El período de gracia es el tiempo en el que *no se cancela el capital*; en unos casos se cancela sólo el interés y en otros casos no se paga nada; en consecuencia, los intereses generados por la deuda contraída durante el período de gracia se acumulan al capital. Al momento que se comienza a cancelar la deuda se hace al capital original más los intereses acumulados a esa fecha, de ahí que, algunos autores manifiestan, que el período de gracia puede convertirse algunas veces en período de desgracia.

Ejemplo 2

Una empresa adquiere un préstamo productivo en la Corporación Financiera Nacional (CFN), por un valor de $ 40 000 a 8 años plazo, más 2 años de gracia a una tasa del 12 % con capitalización cada seis meses. Esta deuda debe ser cancelada con cuotas semestrales por el sistema de amortización gradual, el primer pago debe realizarse un semestre después del período de gracia. Se pide: a) Determinar el pago semestral y el saldo insoluto después de haber cancelado la cuota 10, y b) Elaborar la tabla de amortización correspondiente:

Desarrollo:

Primero, se calcula el monto a interés compuesto por el período de gracia.

Datos:

C = 40 000

j = 12 %

m = 2

t = 2

n = 4

i = 0,06

$M = C * (1 + i)^n$

$M = 40\ 000 * (1{,}06)^4$

Respuesta: $M = \$\ 50\ 499{,}08$ **monto de interés compuesto que se convierte en valor presente de la anualidad.**

Luego se calcula, el valor del pago en función de los datos siguientes:

Datos:

C = 50 499,08

j = 12 %

m = 2

t = 8

n = 16

i = 0,06

$$P = 50\ 499{,}08 \left[\frac{0{,}06}{1 - (1{,}06)^{-16}}\right]$$

$P = 50\ 499{,}08 * 0{,}098952143$

Respuesta: $P = \$\ 4\ 996{,}99$ **pago de la cuota semestral**

Para calcular el saldo insoluto después de la cuota 10, se procede a calcular el valor actual de la anualidad, se considera el número de pagos que faltan por liquidarse:

Datos:

P = 4 996,99

n = 6

i = 0,06

C = ?

$$C = 4\,996{,}99\left[\frac{1-(1{,}06)^{-6}}{0.06}\right]$$

$$C = 4\,996{,}99 * 4{,}917324326$$

Respuesta: $C = \$\ 24\,571{,}82$ **saldo insoluto después de la cuota No. 10**

Tabla 5.2 Tabla de amortización con períodos de gracia.

Período	Interés ($)	Capital ($)	Pago ($)	Saldo insoluto ($)
0				40 000,00
1	2 400,00			42 400,00
2	2 544,00			44 944,00
3	2 696,64			47 640,64
4	2 858,44			50 499,08
1	3 029,94	1 967,05	4 996,99	48 532,03
2	2 911,92	2 085,07	4 996,99	46 446,96
3	2 786,82	2 210,17	4 996,99	44 236,79
4	2 654,21	2 342,78	4 996,99	41 894,00
5	2 513,64	2 438,35	4 996,99	39 410,65
6	2 364,64	2 632,35	4 996,99	36 778,30
7	2 206,70	2 790,29	4 996,99	33 988,00
8	2 039,28	2 957,71	4 996,99	31 030,29
9	1 861,82	3 135,17	4 996,99	27 895,12
10	1 673,71	3 323,29	4 996,99	24 571,83
11	1 474,31	3 522,68	4 996,99	21 049,15
12	1 262,95	3 734,04	4 996,99	17 315,11
13	1 038,91	3 958,09	4 996,99	13 357,02
14	801,42	4 195,57	4 996,99	9 161,45
15	549,69	4 447,31	4 996,99	4 714,14
16	282,85	4 714,14	4 996,99	0,00
Total	**39 951,87**	**50 499,08**	**79 951,87**	

5.1.4. Derechos del acreedor y del deudor

Cuando se contrae una obligación a largo plazo por el sistema de amortización gradual, en algún momento, se desea saber qué parte de la deuda está cancelada y cuál es el saldo insoluto de la misma; a esto se denomina *derechos del acreedor y derechos del deudor.*

Los derechos del acreedor constituyen el capital insoluto, mientras que los derechos del deudor constituyen la parte de la deuda ya cancelada.

Ejemplo 3

Con los datos del ejercicio 2, calcular los derechos del acreedor y del deudor después de haber realizado el pago 13.

Desarrollo:

Para determinar los derechos del acreedor, se calcula el valor presente de la anualidad por el tiempo que falta, así:

<u>Datos:</u>

P = 4 996,99

n = 3

i = 0,06

C = ?

$$C = 4\ 996{,}99\left[\frac{1-(1{,}06)^{-3}}{0{,}06}\right]$$

$$C = 4\ 996{,}99 * 2{,}673011949$$

Respuesta: $C = \$\ 13\ 357{,}01$ **derechos del acreedor después del pago 13**

Con el resultado anterior, el siguiente paso para calcular los derechos del deudor, es sencillo, se resta la diferencia entre la deuda original y los derechos del acreedor, así:

Derechos del deudor = Deuda original – Derechos del acreedor

Derechos del deudor = 50 499,08 – 13 357,01

Respuesta: Derechos del deudor = $ 37142,07

Es necesario aclarar que la deuda original es de $ 50 499,08 y no $ 40 000, debido al período de gracia, si no existe este período la deuda original sería $ 40 000.

5.1.5. Tablas de amortización en créditos con cuotas de incremento.

En economía, en las que existen altos índices de inflación, se realizan pactos o convenios de préstamos, con la condición de que cada año se paguen las cuotas con incremento en el interés (%); a continuación, se ejemplifica este caso.

Ejemplo 4

Una empresa recibe un préstamo de 2 000 000 a 2 años plazo y a una tasa de interés del 30 % capitalizable mensualmente. Calcular el valor de los pagos para el primero y segundo año con la condición de que los pagos del segundo año serán el doble de los del primer año; además construya la tabla de amortización respectiva:

Para desarrollar este ejemplo, se aplica la siguiente fórmula:

$$P = \frac{VA}{\left[\frac{(1+i_m)^{12}-1}{i_m}\right] * \left[\frac{1-\left[\frac{1+g}{1+i}\right]^n}{1-g}\right]} \tag{5.2}$$

Donde:

VA = Valor presente

i = tasa efectiva anual

i_m = Tasa mensual

g = tasa a incrementarse en el siguiente año

n = número de años

<u>Datos:</u>

VA = 2 000 000

i = 0,344888824

i_m = 0,025

g = 1

n = 2

$$P = \frac{2\,000\,000}{\left[\frac{(1{,}025)^{12}-1}{0{,}025}\right] * \left[\frac{1-\left[\frac{1+1}{1+0{,}344888824}\right]^2}{0{,}344888824-1}\right]}$$

$$P = \frac{2\ \ 000\,000}{\left[\frac{(1{,}025)^{12}-1}{0{,}025}\right] * \left[\frac{1-\left[\frac{1+1}{1+0{,}344888824}\right]^2}{0{,}344888824-1}\right]}$$

$$P = \frac{2\,000\,000}{13{,}79555297 * \left[\frac{-1{,}211501417}{-0{,}655111175}\right]}$$

$$P = \frac{2\ \ 000\,000}{13{,}79555297 * 1{,}849306596}$$

$$P = \frac{2\ \ 000\,000}{25{,}5122071}$$

Respuesta: $P = \$\ 78\ 393{,}84$ **pagos que se realizarán el primer año, para el segundo año es el doble, serán $ 156 787,69**

Tabla 5.2 Tabla de amortización con cuotas incrementables cada año.

Período	Interés ($)	Capital ($)	Pago ($)	Saldo insoluto $
0				40 000,00
1	50 000	28 393,84	78 393,84	1 971 606,16
2	49 290,15	29 103,69	78 393,84	1 942 502,47
3	48 562,56	29 831,28	78 393,84	1 912 671,19
4	47 816,78	30 577,07	78 393,84	1 882 094,12
5	47 052,35	31 341,49	78 393,84	1 850 752,63
6	46 268,82	32 125,03	78 393,84	1 818 627,60
7	45 465,69	32 928,15	78 393,84	1 785 699,45
8	44 642,49	33 751,36	78 393,84	1 751 948,09
9	43 798,70	34 595,14	78 393,84	1 717 352,94
10	42 933,82	35 460,02	78 393,84	1 681 892,92
11	42 047,32	36 346,52	78 393,84	1 645 546,40
12	41 138,66	37 255,18	156 787,69	1 608 291,22
13	40 207,28	116 580,41	156 787,69	1 491 710,81
14	37 292,77	119 494,92	156 787,69	1 372 215,89
15	34 305,40	122 482,29	156 787,69	1 249 733,60
16	31 243,34	125 544,35	156 787,69	1 124 189,25
17	28 104,73	128 682,96	156 787,69	995 506,29

18	24 887,66	131 900,03	156 787,69	863 606,26
19	21 590,16	135 197,53	156 787,69	728 408,72
20	18 210,22	138 577,47	156 787,69	589 831,25
21	14 745,78	142 041,91	156 787,69	447 789,34
22	11 194,73	145 592,96	156 787,69	302 196,39
23	7 554,91	143 232,78	156 787,69	152 963,61
24	3 824,09	152 963,60	156 787,69	0,01
Total	**822 178,41**	**1 999 999,99**	**2 822 178,41**	

5.2. Constitución de fondos o fondo de amortización

La constitución de fondos o fondo de amortización, es el opuesto a la amortización. Los fondos de amortización de la deuda que se debe pagar es una cantidad en valor actual, mientras que la amortización es una cantidad que se desea acumular en el futuro.

Fondo es el monto de dinero que se acumula con pagos periódicos devengando intereses, para lograr un valor preestablecido.

Los fondos de amortización, no sólo se aplican para cancelar una obligación futura, se aplican en otros casos, como: en la reposición de propiedad, planta y equipo que actualmente está en uso y por efectos de depreciación cambia su valor en libros; se aplica también, en la prevención de gastos de jubilación de los empleados en una compañía en cumplimiento de la Norma Internacional de Contabilidad (NIC)19, (*beneficios a los empleados*), o en la compra de cualquier otro bien futuro y otros.

Existen varias aplicaciones de los fondos de amortización, como: fondos de jubilación, fondos de ahorro, fondos para vacacionar, fondos de investigación y desarrollo entre otros.

Con la formación de fondos para adquirir una propiedad, planta y equipo, tienen ventajas como las siguientes:

- Cuando se adquiere de contado un bien, se obtiene una rebaja en la compra.
- En caso de adquisiciones a crédito, las empresas otorgan descuentos por pronto pago; eso se realiza con el propósito que el deudor cancele lo más pronto posible la deuda para acogerse a estas promociones. Los clientes pagan sus obligaciones a menudo con abonos parciales (diferido), que en un solo pago al momento de realizar la compra.

2.1. Cálculo de las cuotas para elaborar el fondo de amortización

Se calculan con la fórmula del valor futuro de la anualidad; se puede elaborar la tabla de amortización o valor futuro, en consideración que cada depósito efectuado gana interés, mismo que se acumula en el tiempo que falte para cumplir con el plazo.

Ejemplo 5

Determine el valor del depósito trimestral necesario para acumular $ 40 000 en 4 años, a una tasa de interés del 6 % con capitalización trimestral y elabore la tabla de fondo de amortización:

<u>Datos:</u>

S = 40 000

j = 0,06

m = 4

t = 4

n = 16

I = 0,015

P = ?

$$P = S * \left[\frac{i}{(1+i)^n - 1}\right]$$

$$P = 40\ 000 * \left[\frac{0{,}015}{(1{,}015)^{16} - 1}\right]$$

$$P = 40\ 000 * 0{,}055765077$$

Respuesta: $P = \$\ 2\ 230{,}60$

Tabla 5.4. Fondo de amortización

Período	Depósito o renta ($)	Aumento de interés ($)	Total del fondo ($)	Fondo acumulado ($)
1	2 230,60		2 230,60	2 230,60
2	2 230,60	33,46	2 264,06	4 494,67
3	2 230,60	67,42	2 298,02	6 792,69
4	2 230,60	101,89	2 332,49	9 125,18
5	2 230,60	136,88	2 367,48	11 492,66

6	2 230,60	172,39	2 4012,99	13 895,66
7	2 230,60	208,43	2 439,04	16 334,69
8	2 230,60	245,02	2 475,62	18 810,32
9	2 230,60	282,15	2 512,76	21 323,08
10	2 230,60	319,85	2 550,45	23 873,52
11	2 230,60	358,10	2 588,71	26 462,23
12	2 230,60	396,93	2 627,54	29 089,77
13	2 230,60	436,35	2 666,95	31 756,72
14	2 230,60	476,35	2 706,95	34 463,67
15	2 230,60	516,96	2 747,56	37 211,23
16	2 230,60	558,17	2 788,77	40 000,00
Total	**35 689,65**	**4 310,35**	**40 000,00**	

5.2.2. Cálculo de cuotas de FA cuando cambia la tasa de interés o el valor del pago en ciertos períodos.

En algunas ocasiones, en el proceso de elaboración de los fondos de amortización varia la tasa de interés, si esto ocurre se elabora una nueva tabla de amortización con el nuevo cálculo.

Ejemplo 6

Al nacer su hijo el señor Humanante decide hacer depósitos anuales, el primero con vencimiento en un año de tal manera que al cumplir 10 años obtenga el valor de $ 20 000. ¿De cuánto será el pago que tengan que hacerse si al cumplir los primeros 5 años la tasa de interés cambió del 9 % al 12 % convertible anualmente, elabore la tabla de amortización respectiva para demostrar la acumulación del fondo por el valor requerido.

Desarrollo:

Se aplica la fórmula del valor futuro, se calcula el pago considerando la primera tasa del 9 %.

<u>Datos:</u>

S = 20 000

i = 0,09

n = 10

P = ?

$$P = S * \left[\frac{i}{(1+i)^n - 1}\right]$$

$$P = 20\ 000 * \left[\frac{0{,}09}{(1{,}09)^{10} - 1}\right]$$

$$P = 20\ 000 * 0{,}065820089$$

Respuesta: $P = \$\ 1\ 316{,}40$ **valor del primer pago durante los 5 primeros años**

Luego, se calcula el valor futuro de la anualidad por los 5 años, así:

<u>Datos:</u>
P = 20 000
i = 0,09
n = 10
S = ?

$$S = P * \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right]$$

$$S = 1\ 316{,}40 * \left[\frac{(1{,}09)^5 - 1}{0{,}09}\right]$$

$$S = 1\ 316{,}40 * 5{,}98471061$$

$$S = \$\ 7\ 878{,}28$$

Una vez que se obtiene el monto de la anualidad a los cinco años, se aplica el monto con interés compuesto por los 5 años restantes tomando en cuenta la tasa que rige este quinquenio del 12 %, así:

<u>Datos:</u>
C = 7 878,28
i = 0,12
n = 5
m = ?

$$M = C * (1+i)^n$$

$M = 7\,878{,}28 * (1{,}12)^5$

Respuesta: $M = \$\,13\,884{,}22$ **valor del monto a 10 años como resultado de las 5 primeras aportaciones.**

Debido a que se desea acumular $ 20 000, el siguiente paso es determinar la diferencia que falta y se procede a la resta de $ 13 884,22 así:

Diferencia requerida = 20 000 -13 884,22

Diferencia requerida = 6 115,78

Esta diferencia representa el valor que falta acumularse para completar los $ 20 000 en tal virtud, se calcula el valor del nuevo pago que se realizará en los 5 últimos años a la tasa del 12 %:

<u>Datos:</u>

S = 6 115,78

i = 0,12

n = 5

P = ?

$$P = S * \left[\frac{i}{(1+i)^n - 1}\right]$$

$$P = 6\,115{,}78 * \left[\frac{0{,}12}{(1{,}12)^5 - 1}\right]$$

$$P = 6\,115{,}78 * 0{,}157409731$$

Respuesta: $P = \$\,962{,}68$ **valor de la cuota de los 5 últimos años.**

Con estos resultados, se construye la tabla del fondo de amortización:

Tabla 5.5 Fondo de amortización con cambio en la tasa de interés

Período	Depósito o renta ($)	Aumento de interés	Total del fondo	Fondo acumulado

		($)	($)	($)
1	1 316,40		1 316,40	1 316,40
2	1 316,40	118,48	1 434,88	2 751,30
3	1 316,40	247,62	1 564,02	4 315,30
4	1 316,40	388,38	1 704,78	6 020,08
5	1 316,40	541,81	1 858,21	7 878,28
6	962,68	945,39	1 908,08	9 786,36
7	962,68	1 174,36	2 137,05	11 923,41
8	962,68	1 430,81	2 393,49	14 316,90
9	962,68	1 718, 03	2 680,71	16 997,61
10	962,68	2 039,71	3 002,39	20 000,00
Total	**11 395,42**	**8 604,58**	**20 000,00**	

5.3 Ejercicios propuestos de fondos de amortización

1. Determine el valor del pago trimestral que se necesita para amortizar una deuda de $ 10 000 en 5 años, acordado a una tasa del 12 % anual con capitalización trimestral.

   Respuesta: $ 672,16

2. Una persona contrata una obligación de $ 15 000 y cancela en pagos iguales cada seis meses durante 4 años, con una tasa del 10 % anual con capitalización semestral. Determinar el pago semestral y elabore la tabla correspondiente.

   Respuesta: $ 2 320,83

3. Una entidad contrae una obligación de $ 9 000 con el compromiso de realizar pagos trimestrales iguales durante 10 años, con una tasa del 15 % con capitalización cada trimestre. Determinar el pago requerido y los derechos del acreedor después del pago 25.

   Respuesta: $ 437,94; $ 4 955,37

4. La empresa Soy Politécnico clase A, obtiene un préstamo de $ 15 000 a 10 años de plazo con el compromiso de realizar pagos trimestrales. El primer pago se cancela al finalizar el primer trimestre, a una tasa de interés del 12 % anual con capitalización trimestral, se pide: determinar los derechos del acreedor luego de haber pagado la cuota 15.

   R. $ 11 300,01

5. Con los datos del ejercicio anterior, calcule: a) la distribución de la cuota 16 en intereses y b) el capital pagado en la cuota 17 y reconstruya la tabla de amortización en los períodos 16 y 17.

Respuesta:

Período	**Interés ($)**	**Capital ($)**	**Pago ($)**	**Saldo insoluto ($)**
16	339,00	309,94	648,94	10 990,08
17	329,70	319,23	648,94	10 670,84

6. ¿Qué número de depósitos cada quince días de valor de $ 166,07 se necesita para acumular $ 35 000 en una cuenta con una tasa del 21 % efectivo?

Respuesta: 20 depósitos

7. Para los gastos de su graduación dentro de 6 semestres, una estudiante de ingeniería financiera de la FADE se compromete a depositar mensualidades de $ 150. ¿Cuánto acumulará si empieza ahora con una tasa del 18 % nominal con capitalización mensual?

Respuesta: $ 7 197,77

8. La compañía Merino y Asociados crea un fondo de jubilación con 15 rentas trimestrales anticipadas de $ 4 000 a una tasa del 21 % compuesto por trimestres. ¿Cuánto acumulará 5 años después de haber iniciado?

Respuesta: $ 119 563,71

9. Para recuperar un pagaré con valor nominal de $ 15 000 un comerciante acumula cierto valor con 10 pagos quincenales en forma anticipada, con interés a una tasa del 18 %. ¿De qué valor es cada uno de los depósitos?

Respuesta: $ 1 439,27

10. Para instalar un laboratorio de cómputo, la Facultad de Administración de Empresas de la ESPOCH, se acumula un fondo con 12 depósitos mensuales. ¿De cuánto es cada depósito si se necesitan $ 80 000, a la tasa del 15 % nominal con capitalización mensual?

Respuesta: $ 6 143,87

11. Con depósitos bimestrales, la ESPOCH constituye un fondo para investigación pactando una tasa del 15 % nominal convertible cada dos meses. ¿Cuál será el valor de cada depósito si requiere

usted $ 150 000 dentro de dos años y medio?

Respuesta: $ 8 160,94

12. ¿Cuánto debe depositar una entidad, al finalizar cada bimestre en un fondo, para acumular $ 150 000 en 2 años con el fin de reponer parte de Propiedad, Planta y Equipo, con el supuesto que gana una tasa del 21 % anual capitalizable cada dos meses? Construya el cuadro del fondo correspondiente.

    Respuesta: $ 10 272,59

13. ¿Qué valor se depositará al inicio de cada quince días por el tiempo de 8 meses, en un fondo que produce el 18 % de interés capitalizable por quincenas, en una persona que necesita $ 10.000 para utilizarlo al final de 8 meses? Construya el cuadro del fondo y calcule los intereses ganados.

    R. $ 586,19

14. Una entidad contrae una obligación de $ 20 000 a 3 años de plazo, con una tasa del 12% anual con capitalización cada dos meses, los pagos deben realizarse en forma mensual. Determine el valor de la cuota mensual.

    Respuesta: $ 663,72

15. La empresa Molinos del Chimborazo desea acumular un fondo de $ 60 000 para reponer maquinaria deteriorada al finalizar el séptimo año. Determine el valor del depósito semestral que debe realizar, si se acuerda una tasa de interés del 10 % anual capitalizable cada seis meses; se pide: elaborar la tabla correspondiente.

    Respuesta: $ 3 061,44

16. Una empresa adquiere un préstamo de $ 150 000 a 9 años plazo más 2 años de gracia, a una tasa del 11 % anual capitalizable semestralmente. ¿Cuál es el pago semestral? Construya la tabla de amortización gradual.

    Respuesta: $ 16 523,43

17. Una persona adquiere una obligación de $30 000 a 4 años de plazo, con una tasa del 9 % anual, con capitalización mensual, que se reajusta luego del primer año al 12 % anual, con capitalización mensual. Determine a) la cuota original y b) la cuota con reajuste.

    Respuesta: a) $ 746,55; b) $ 779,76

18. En el problema anterior, construya la tabla de amortización gradual

19. En el problema anterior, calcule el saldo insoluto después de haber pagado la cuota 24 y compárelo con el resultado obtenido en la tabla de fondo de amortización.
    Respuesta: $ 16 5647,76

CAPÍTULO VI. BONOS

Para el financiamiento de obras de gran magnitud, las empresas requieren de inversionistas: personas o instituciones, para estas inversiones se aplica el instrumento de crédito denominado bonos.

Estos instrumentos (certificados o bonos) hacen atractivas a las inversiones, debido a que ofrecen mayor rentabilidad que las tradicionales cuentas de ahorro.

Objetivo general

- ✓ Determinar el proceso de negociación de bonos y otros instrumentos financieros de deuda a través de la aplicación de las matemáticas financieras.

Objetivos especifico

- ✓ Explicar el concepto de bonos.
- ✓ Calcular el precio de los bonos y sus cotizaciones y rendimiento de inversión.
- ✓ Aplicar el instrumento, (bonos) que maneja el sistema financiero.
- ✓ Determinar el valor nominal, la tasa de rentabilidad de los cupones y el rendimiento de los bonos.

6.1. Los bonos

Las entidades del sector privado o instituciones del sector público que necesitan recursos para financiar sus proyectos a mediano y largo plazo donde la inversión requerida es alta, es difícil obtener recursos en una sola institución financiera. Este problema se soluciona emitiendo obligaciones o bonos que generalmente son negociados en la bolsa de valores o instituciones financieras autorizadas. La empresa/gobierno emisor de las obligaciones o bonos recolectan dinero proveniente de los inversionistas que se obligan a pagar un interés periódico y reintegrar el capital en cierto tiempo.

Estos instrumentos financieros de crédito, emitidos por el sector privado o el gobierno, a un plazo generalmente largo, ganan intereses pagaderos a intervalos de tiempo definidos.

Cuando el instrumento financiero es emitido por la empresa privada, se denomina obligación; cuando es emitido por un gobierno, se denomina bono. En estas denominaciones de "obligaciones" y "bonos" para ambos casos, se utilizará el nombre apropiado.

6.2. Concepto de bono

Es un título de contenido crediticio a largo plazo emitido por una empresa privada o gobierno, a un plazo definido que devenga intereses que son pagados en períodos regulares. Generalmente, la tasa de interés de los bonos recibe el nombre de cupón, es así, que los bonos se emiten, acompañados de cupones para el pago de los intereses.

Portus (1997) manifiesta que: "Bono es una obligación o documento de crédito emitido por el Estado o una entidad particular, a un plazo determinado, que devenga intereses pagaderos en periodos regulares" (p.345).

Zima & Brown (2005) plantea que: "Es un contrato suscrito ente el emisor (prestatario o deudor) y el inversionista (prestamista)" (p.151).

Los cupones son órdenes de pago impresos en serie conjuntamente en el bono y tiene fecha de vencimiento. Para el cobro del interés devengado en cada uno de los períodos, el inversionista desprende el cupón correspondiente. Existen obligaciones que no pagan intereses; esto se debe a la venta en una cantidad inferior a su valor nominal, es decir, se venden con una tasa de descuento; a este tipo de obligaciones se denomina *obligaciones o bonos de cupón cero.*

Cupón: Es la parte desprendible del bono que contienen el valor de intereses en períodos de pago; ejemplo: si el valor unitario de los bonos es de $ 1 000 y el período de pago de intereses es cada seis meses, se realiza un convenio con una tasa de interés del 12 % anual; entonces, el valor del cupón será, así:

$$Cupón = 1\ 000 * 0{,}12 * \frac{6}{12}$$

$$Cupón = \$\ 60$$

6.3 Partes esenciales de una obligación o bono

Las partes esenciales de una obligación son:

Fecha de emisión: es el día, mes y año en la cual la entidad emisora coloca sus obligaciones o bonos.

Valor nominal: es la cantidad o valor en el documento; constituye el valor inicial que el inversionista proporciona al emisor del mismo, a excepción de cuando el bono es colocado con descuento (bonos cupón cero), este tipo de documento puede ser:100, 1 000, 10 000, etc.

Valor de redención: es el valor del bono que se entregará al inversionista al concluir el plazo de vencimiento; en términos generales, el valor de liberación es igual al nominal; en este caso, la obligación se libra a la par. Se tiene una emisión *bajo la par o con descuento* cuando el valor de liberación es menor que el nominal. Si el valor de liberación es mayor que el valor nominal, la emisión se exonera como *premio.*

Fecha de redención: llamada también fecha de vencimiento es aquella que está estipulada en el bono. En la mayoría de los casos coincide con la fecha de pago de intereses, sin embargo, se puede exonerar anticipadamente previo acuerdo por escrito de las partes.

Las ventajas que consigue el emisor, al librar en forma anticipada un bono, son varias, ejemplo: si la tasa de interés disminuye, la cláusula de emancipación anticipada faculta al emisor retirar los bonos que se encuentran circulación en este momento y se reemplaza por bonos que se emitan con una tasa de interés más baja.

Tasa de interés nominal: es la tasa utilizada por la institución emisora del bono para el pago de intereses; puede capitalizarse en forma mensual, bimensual, trimestral, semestral, etc., según las estipulaciones de la emisión, conforme a las condiciones del mercado financiero. La tasa de interés se clasifica en:

- **Fija:** es la que no varía por las condiciones del mercado; se establece al momento de la emisión y se encuentra vigente durante el plazo del bono. Este tipo de tasa protege al inversionista contra alguna contingencia que traiga consiga una disminución de la tasa de interés.

- **Variable:** la tasa se ajusta cada cierto tiempo en base a las condiciones del mercado en un momento dado y está relacionado a una tasa referencial que emite la autoridad monetaria reguladora en cada país.

- **Real:** el valor nominal se ajusta periódicamente con la inflación; sobre este valor ajustado se calculan los intereses con la tasa de cupón pactada al momento de la emisión. Este tipo de tasa protege al comprador de bonos contra la pérdida de poder adquisitivo de su inversión.

6.4 Fórmula de Cálculo del precio de un bono

El bono es un instrumento financiero de deuda fácilmente negociable que se compra o vende considerando la tasa de interés que el inversionista está dispuesto a reconocer. Esta tasa es diferente a la del bono. Para determinar su valor, en una fecha de pago de intereses, se recomienda utilizar la fórmula 6.1, que es una sumatoria del valor presente del bono aplicado el interés compuesto más el valor presente de los cupones calculados con la fórmula de la anualidad.

Precio del bono

Es el valor que tiene un bono cuando se negocia; puede ser a la par, con premio o con castigo.

- **A la par**: la tasa nominal del bono coincide con la tasa de negociación.
- **Con premio:** la tasa de negociación es menor que la tasa nominal del bono.
- **Con castigo:** la tasa de negociación es mayor que la tasa nominal del bono.

Fórmula para calcular el precio de un bono

$$P = M(1+i)^{-n} + R\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right] \qquad (6.1)$$

Donde:
P = Precio del bono en la fecha de pagar los intereses
M = Valor de redención del bono
i = Tasa de interés por período
n = Número de cupones
R = Valor de cada cupón

Ejemplo 1

El primero de marzo del año 2012 una empresa adquiere un bono de $ 10 000 al 8 %, redimible a 105 días el primero de marzo del año 2025, los cupones por intereses son cancelados cada semestre. Calcular: a) su valor de redención, b) el número de cupones y c) el valor de cada cupón.

a) $ 10 000*(1,05) = 10 500 el primero de marzo de 2025
b) (2025-2012) = 13 *2 = 26 cupones pagaderos en forma semestral
c) 10 000 * 0,08 / 2 = $ 400 el primer cupón se cancelará el primero de agosto de 2012

Ejemplo 2

Calcular el precio de adquisición de un bono de $ 1 000 a una tasa del 10 %. Estos cupones se pagan cada 6 meses, redimible a 103 días desde el primero de junio de 2030. Si se vende el primero de junio de 2012 a una tasa del 11 % anual con capitalización semestral.

Desarrollo:

Valor de redención = 1 000 * (1,03) = 1 030
Valor del cupón = 1 000 * (0,10/2) = 50
Tasa de rendimiento = (0,11/2) = 0,055
Número de cupones = (2030-2012) = 18*2 = 36

$$P = M(1+i)^{-n} + R\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right]$$

$$P = 1\,030(1{,}055)^{-36} + 50\left[\frac{1-(1{,}055)^{-36}}{0{,}055}\right]$$

$P = 149{,}88 + 776.80$

Respuesta: $P = \$\,926{,}68$ **es una negociación con castigo para quien vende el bono**

Ejemplo 3

Calcular el precio de negociación de un bono de $ 1 000 al 8 % anual con capitalización trimestral, del primero de junio de 2010, redimible a la par el primero de junio del 2022. Si se acuerda una tasa del 7 % anual con capitalizable cada seis meses.

Desarrollo:

Valor de redención = 1 000 * (1,00) = 1 000

Valor del cupón = 1 000 * (0,08/2) = 40

Tasa de rendimiento = (0,07/2) = 0,035

Número de cupones = (2022-2010) = 12*2 = 24

$$P = M(1+i)^{-n} + R\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right]$$

$$P = 1\,000(1{,}035)^{-24} + 40\left[\frac{1-(1{,}035)^{-24}}{0{,}035}\right]$$

$$P = 437{,}96 + 642{,}33$$

Respuesta: $P = 1\,080{,}29$ **esta transacción es negociada con premio para quién vende el bono.**

Ejemplo 4

Suponga que existen tres tipos de bono con valor nominal igual a 1 000 que se redimen a la par y con vencimiento de bono 1 a 7 años, bono 2 a 19 años y bono 3 a 22 años. Sus cupones se pagan anualmente al 7 %, 5 % y 4 % anual respectivamente y el rendimiento en los tres casos del 7 % anual; se pide: obtener el precio de cada uno de los bonos.

PRIMER BONO

Desarrollo:

Valor de redención = 1 000 * (1,00) = 1 000

Valor del cupón = 1 000 * (0,07) = 70

Tasa de rendimiento = (0,07/1) = 0,07

Número de cupones = 7

$$P = M(1+i)^{-n} + R\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right]$$

$$P = 1\,000(1{,}07)^{-7} + 70\left[\frac{1-(1{,}07)^{-7}}{0{,}07}\right]$$

$$P = 622{,}75 + 377{,}25$$

Respuesta: $P = \$\ 1\,000$

SEGUNDO BONO

Desarrollo:

Valor de redención	= 1 000 * (1,00) = 1 000
Valor del cupón	= 1 000 * (0,05) = 50
Tasa de rendimiento	= (0,07/1) = 0,07
Número de cupones	= 19

$$P = M(1+i)^{-n} + R\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right]$$

$$P = 1\,000(1.07)^{-19} + 50\left[\frac{1-(1{,}07)^{-19}}{0{,}07}\right]$$

$$P = 276{,}51 + 516{,}78$$

Respuesta: $P = \$\ 793{,}29$

TERCER BONO

Desarrollo:

Valor de redención	= 1 000 * (1,00) = 1 000
Valor del cupón	= 1 000 * (0,04) = 40
Tasa de rendimiento	= (0,07/1) = 0,07
Número de cupones	= 22

$$P = M(1+i)^{-n} + R\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right]$$

$$P = 1\,000(1{,}07)^{-22} + 40\left[\frac{1-(1{,}07)^{-22}}{0{,}07}\right]$$

$$P = 225{,}71 + 442{,}45$$

Respuesta: $P = \$\ 668{,}16$

6.5. Precio entre fechas de pago de cupones

En la vida real, las obligaciones y bonos se pueden comprar entre fecha de pagos de cupones, es decir, el cupón que está por vencerse pertenece una parte al vendedor del bono y la otra pertenece al comprador de este. El precio que se va a pagar por un bono, denominado precio neto, será la suma de precio de mercado más la parte proporcional de los intereses del cupón que está por vencerse y le corresponda al vendedor del título.

El precio del mercado es simplemente el valor presente de la obligación o bono en la fecha de compra, sin incluir el interés del cupón que está por vencerse.

La opción de compraventa puede efectuarse de dos maneras:

- Incluye o no los intereses del cupón que pertenece al período que corresponde la transacción; si en la transacción incluye los intereses, el valor que se acuerda se denomina valor neto o valor efectivo.
- En el caso que no incluye los intereses, el precio que se negocia se denomina *valor de mercado.*

Ejemplo 5

Para calcular el precio de mercado en la negociación de bonos, se obtienen dos valores que coincidan con la fecha de cancelación de los cupones; el primer cálculo se realiza antes y el segundo cálculo después de la fecha de negociación, después se adiciona o disminuye, la proporción de esa diferencia al primer valor, de la siguiente forma:

Encontrar el valor de mercado de un bono con precio nominal de $ 1 000, 17 meses antes de su rescate, si reconoce tasa del 18 % en cupones trimestrales y se estima una ganancia del 21 % anual capitalizable trimestralmente.

Desarrollo:

Paso 1

En primer lugar, se calcula el precio del bono por seis trimestres completos (18 meses), así:

Valor de redención = 1 000 * (1,00) = 1.000

Valor del cupón = 1 000 * (0,045) = 45

Tasa de rendimiento = (0,21/4) = 0,0525

Número de cupones = 6

$$P = M(1+i)^{-n} + R\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right]$$

$$P = 1\,000(1{,}0525)^{-6} + 45\left[\frac{1-(1{,}0525)^{-6}}{0{,}0525}\right]$$

$$P = 735{,}6434508 + 226{,}5913279$$

Respuesta: $P = \$\,962{,}2347787$

Paso 2

En segundo lugar, se encuentra el precio del bono por cinco trimestres completos (15 meses), así:

Valor de redención = 1 000 * (1,00) = 1.000

Valor del cupón = 1 000 * (0,045) = 45

Tasa de rendimiento = (0,21/4) = 0,0525

Número de cupones = 5

$$P = M(1+i)^{-n} + R\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right]$$

$$P = 1\,000(1{,}0525)^{-5} + 45\left[\frac{1-(1{,}0525)^{-5}}{0{,}0525}\right]$$

$$P = 774{,}264732 + 193{,}4873726$$

Respuesta: $P = \$\,967{,}7521046$

Paso 3

Se realiza la diferencia entre los dos resultados anteriores, así:

967,7521046 – 962,2347787 = 5,517325871

El resultado constituye el incremento en un trimestre y la parte proporcional del tiempo que falta por transcurrir para completar el trimestre, es decir, un mes (1/3), así:

5,517325871 * (1/3) = 1,839108624

Paso 4

Para encontrar el precio de mercado de 17 meses, antes de la redención, se suma esta diferencia al primer valor calculado, de la siguiente manera:

962,2347787 + 1,839108624

Respuesta: = 964,0738873

6.5.1. Precio neto o efectivo de un bono

Si la transacción se realiza entre dos fechas de cupón, el vendedor habrá mantenido su título durante una parte del período de intereses, sin obtener ninguna rentabilidad, por otro lado, el adquirente del título recibirá el pago íntegro del cupón correspondiente, a pesar de estar en su poder sólo una fracción de tiempo del cupón, sin que en la realidad tenga derecho a cobrar los intereses completos.

Por lo tanto, es justo que el comprador pague al vendedor la parte proporcional del cupón en función del tiempo que ha mantenido en custodia el documento.

Ejemplo 6

Calcular el valor efectivo de un bono que se adquirió el 1 de julio, con precio nominal de $1 000, se descarga el 3 de noviembre del año siguiente, se reconoce la tasa del 19 % anual en cupones, esto vencen al tercer día de los meses de febrero, mayo, agosto y noviembre de cada año. Las obligaciones se dispensan a la par, y se obtiene el 17 % de ganancia anual nominal capitalizable por trimestres. Se pide: Calcular la rentabilidad para el que adquiere el bono.

Desarrollo:

Paso 1

En primer lugar, se encuentra el precio del bono por los seis trimestres completos desde el 5 de abril hasta el 5 de octubre del siguiente año, así:

Valor de redención = 1 000 * (1,00) = 1 000

Valor del cupón = 1 000 * (0,0475) = 47,50

Tasa de rendimiento = (0,17/4) = 0,0425

Número de cupones = 6

$$P = M(1+i)^{-n} + R\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right]$$

$$P = 1\,000(1{,}0425)^{-6} + 47{,}50\left[\frac{1-(1{,}0425)^{-6}}{0{,}0425}\right]$$

$$P = 779{,}0110502 + 246{,}9876498$$

Respuesta: $P = \$\ 1\,025{,}9987$

Paso 2

En segundo lugar, se encuentra el precio del bono por los cinco trimestres completos desde el 5 de julio hasta el 5 de octubre del siguiente año, de la siguiente manera:

Luego, se encuentra el precio del bono por los cinco trimestres completos (15 meses), así:

Valor de redención = 1 000 * (1,00) = 1 000

Valor del cupón = 1 000 * (0,0475) = 47,50

Tasa de rendimiento = (0,17/4) = 0,0425

Número de cupones = 5

$$P = M(1+i)^{-n} + R\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right]$$

$$P = 1\,000(1{,}0425)^{-5} + 47{,}50\left[\frac{1-(1{,}0425)^{-5}}{0{,}0425}\right]$$

$$P = 812{,}1190198 + 209{,}9846249$$

Respuesta: $P = \$\ 1\,022{,}103645$

La diferencia entre la primera y segunda respuesta es:

1 025,9987 – 1 022,103645 = 3,895055

La diferencia se multiplica por la fracción (59/91), que es el número de días que existe entre el 5 de abril y el 3 de junio en que se negoció el documento.

3,895055 *(59/91) = 2,52536533.

A este resultado, se resta el valor del precio calculado con 6 trimestres:

1025,9987 - 2,52536533

Respuesta: = 1 023,47 **significa que el bono se adquiere con premio de $ 23,47**

6.6. Bono cupón cero:

Son aquellos títulos que no paga intereses durante su vida; se realiza íntegramente en el momento en el que se amortiza, es decir, cuando el importe del bono es devuelto. En compensación, su precio es inferior a su valor nominal; el valor presente se encuentra en base a la tasa de negociación y al valor nominal.

Ejemplo 7

Determinar el valor de un bono cupón cero de $ 10 000 rescatable a la par dentro de 5 años con una tasa del 9 % anual con capitalizable semestralmente.

Desarrollo:

Para este tipo de cálculo se aplica la fórmula del valor presente a interés compuesto:

$$C = VN * (1 + i)^{-n} \tag{6.2}$$

$C = 10\,000 * (1{,}045)^{-10}$

$C = 10\,000 * 0{,}643927682$

Respuesta: $C = \$\ 6\,439{,}28$

6.7. Ejercicios propuestos de bono

1. El Doctor Rómulo Ramos desea ganar 18,5 % de interés capitalizable cada mes de una inversión en obligaciones. ¿Cuánto deberá pagar hoy por una obligación que tiene un valor nominal de $ 500, paga intereses mensuales a la tasa de 15 % anual y su redención será a la par dentro de 5 años?

Respuesta: $ 443,18

2. Resuelva el ejercicio anterior, si los bonos se redimen a 115.

Respuesta: $ 473,13.

3. Una compañía emite bonos con valor de $ 100 cada uno, redimibles a la par a un plazo de 5 años: La tasa de interés que ofrece es de 30 % anual pagadero cada trimestre. ¿Qué precio se debe pagar por cada bono si se adquiere un año antes del vencimiento, si se desea un rendimiento de 28 % capitalizable cada mes?

Respuesta: $ 101,13

4. Tres años antes de la fecha de redención, la señora Rosita invirtió $ 933,64 en comprar un bono redimible a la par. ¿Cuál es el valor nominal de cada bono, si los cupones se cobran cada mes a una tasa de interés del 18 % anual y a la tasa de rendimiento del 21 % capitalizable cada mes?

Respuesta: $ 1 000

5. Encuentre el valor de compra de un bono con valor nominal de $100 que se redime a la par y fue colocado en el mercado de valores con cupones mensuales al 18 % anual. El bono se compra a un año y medio antes de su vencimiento, si desea un rendimiento de 24 % capitalizable cada mes. Calcule los intereses totales que se obtendrán por cada bono comprado.

Respuesta: $ 92,50

6. Una obligación que paga intereses trimestrales de 21 % anuales es redimible a la par a 3 años. Su

valor nominal es de $ 1 000. ¿Cuál es el precio que debe pagarse por ella, si la tasa de interés vigente en el mercado es el 18 % capitalizable cada trimestre?, ¿se compra bajo la par o sobre la par?

Respuesta: $ 1 068,39 se compra sobre la par.

7. En el ejercicio anterior, ¿cuál es el precio que debe pagarse por el bono si la tasa de interés vigente en el mercado es de 24 % capitalizable trimestralmente?, ¿se compra bajo la par o sobre la par?

   Respuesta: $ 937,12 se compra bajo la par.

8. Una obligación de $ 500 con intereses de 26 % pagaderos el 11 de marzo y 11 de septiembre de cada año, vence a la par el 11 de marzo de 1998. Si la obligación se compra el 11 de julio de 1994, cual es precio para que produzca 29 % de interés anual capitalizable cada semestre. Se pide: determinar el precio de mercado.

   Respuesta: $ 647,48

9. Obtenga el precio neto de la obligación del ejemplo anterior.

   Respuesta: $ 510,81

10. El 15 de enero de 1994 un inversionista adquiere un bono cuya fecha de redención es el 25 de diciembre de siguiente año. Su valor nominal es de $ 1000 y será redimido a 104. ¿Qué precio neto debe pagar por el si el interés que rinde es de 24 % anual cada trimestre y desea un rendimiento de 22 % anual capitalizable cada trimestre? **Respuesta: $ 1 070,66**

11. Calcular el precio de negociación de un bono de $ 100 con rescate a 105 en 5 años 6 meses, en el supuesto que de una tasa del 20 % anual en cupones cada seis meses; se ofertan con el 22 % de ganancia anual con capitalización cada seis meses. Calcule la ganancia para el inversionista de los bonos, y construya el cuadro que corresponde.

    Respuesta: $ 95,38; $ 114,62

12. Calcular el valor de mercado de los bonos que se originaron a la par, con tasa del 25 % en cupones cada seis meses, 4 años 6 meses antes de su rescate. Su precio nominal es de $ 100 y se espera rentabilidad del 22 % anual capitalizable cada 6 meses. Construya el cuadro que corresponda, calcular la rentabilidad para el inversionista de bonos.

    Respuesta: $ 108,31

13. Calcular el precio nominal de cada bono a $ 98; se han pactado intereses de $ 5,10 en los cupones cada tres meses; presuma que en 5 años antes de su rescate, se comercialicen en, $ 89,0535 cada uno, con una tasa 24 % de rentabilidad anual convertible cada 3 meses, ¿con qué tasa se emitieron cada bono?, ¿cuánto es la rentabilidad para el comprador?

Respuesta: a) $ 100; b) 20,4% anual convertible cada 3 meses; c) $ 112,95

14. Una empresa dedicada a la industria de aviones emitió y colocó en el mercado de valores, bonos de $ 200 vencimiento a 8 años de plazo a una tasa del 22 % anual que se cancelará en cupones trimestrales. ¿Cuál es su precio de los instrumentos financieros, 3 años después de su emisión, si se ofertan con el 24 % de rentabilidad anual capitalizable trimestralmente?

a) Se redimen a la par. **Respuesta: $ 188,53**

b) Se redimen a 121. **Respuesta: $ 201,63**

CAPÍTULO VII. APLICACIONES FINANCIERAS CON EXCEL

Para el financiamiento de obras de gran magnitud, las empresas requieren de inversionistas sean personas naturales o instituciones, para el proceso de inversiones se aplica el instrumento de crédito denominado bonos.

Estos instrumentos (certificados o bonos) hacen atractivas a las inversiones, debido a que ofrecen mayor rentabilidad que las tradicionales cuentas de ahorro.

<u>Objetivo general</u>

- ✓ Determinar el proceso de negociación de bonos y otros instrumentos financieros de deuda a través de la aplicación de las matemáticas financieras.

<u>Objetivos especifico</u>

- ✓ Explicar el concepto de bonos.
- ✓ Calcular el precio de los bonos y sus cotizaciones y rendimiento de inversión.
- ✓ Aplicar el instrumento, (bonos) que maneja el sistema financiero.
- ✓ Determinar el valor nominal, la tasa de rentabilidad de los cupones y el rendimiento de los bonos.

7.1. La Hoja de Cálculo Excel

Con la intención de facilitar al lector el uso de la hoja de Excel y familiarizarse con las diferentes funciones financieras que el programa ofrece, para realizar cálculos típicos de las matemáticas financieras, se muestran ilustraciones en el manejo de la hoja electrónica de cálculo EXCEL.

La hoja de Excel contiene un conjunto de filas y columnas ordenadas por letras y números las mismas que se interceptan para formar las denominadas celdas, las mismas se identifican por una letra de columna y un número de fila; ejemplo: la dirección de la celda A20 resulta de la intersección de la columna A y la fila 20.

Para este propósito se utilizará números, funciones y los signos matemáticos de las diferentes operaciones financieras como son la suma, resta, multiplicación división potenciación, radicación entre otros. Todas las fórmulas, se inicia con el signo igual (=) o el más (+) y se utilizan celdas de dirección para obtener valores que se encuentran en otras celdas del Excel para proceder con los cálculos correspondientes. Ejemplo: Si nos ubicamos en la celda A3, se suma el contenido de la celda A1 + A2 anteponiendo los signos igual o más, si se cambia los valores que se encuentran en las celdas A1 y A2, el resultado variará de forma automática.

Para el interés simple el Excel, no proporciona funciones específicas; por lo tanto, se procede a resolver problemas con operaciones básicas.

Para el Interés compuesto en sus diferentes cálculos se utilizan las siguientes funciones.

Tabla 7.1 Funciones del interés compuesto

Significado	Letras Utilizadas en la fórmula básica	Funciones utilizadas por el Excel
Capital, Valor presente o Valor Actual	C	VA
Monto o Valor Futuro	M	VF
Tiempo expresado en número de períodos	N	Nper
Tasa de interés utilizada	I	Tasa

7.2. Ejercicios de aplicación de Interés simple

Ejercicio 1: Interés Simple Aproximado, año Comercial

Voltaire deposita en una libreta de ahorros del valor de $ 2 500 a una tasa del 6% anual. Se desea saber el valor futuro que tendrá dentro de 11 meses:

Desarrollo:

Paso 1

La tasa es anual y el tiempo en meses, se expresa la tasa mensual: 0,06/12 = 0,005

<u>Datos:</u>

C = 2 500

n = 11 meses

i = 0,005 mensual

M =????

Se aplica la fórmula manual

M = 2 500*[1+(0,005*11)] = $ 2 637,50

Se aplica en Excel, se obtiene ver figura 1:

	A	B	C
1	VA	2.500,00	Fórmula
2	i	0,005	
3	n	11	
4	VF	2637,50	·=+B1*(1+(B2*B3))

Figura 1. Cálculo del valor futuro utilizando fórmulas del Excel, ejercicio 1

Ejercicio 2 Interés Simple Aproximado, año Calendario

Un trabajador deposita sus utilidades en una institución financiera por el valor de $ 7 000 a una tasa del 8,6% anual, ¿cuál será el valor que tendrá después de 10 meses?

Desarrollo:

Paso 1

En el tiempo aproximado, los meses tienen 30 días y el año calendario tiene 365 días (excepción del año bisiesto), se calcula el tiempo en años: 300 / 365 = 0,8219178

<u>Datos:</u>

C = 7 000

n = 0,8219178 años

i = 0,086 anual

M =????

Se aplica la fórmula manual

M = 7 000*[1+(0,086*0,8219178)] = $7 494,79

Al utilizar Excel, se obtiene ver figura 2:

7	VA	7.000,00	Fórmula
8	i	0,086	
9	n	0,8219178	
10	VF	7.494,79	=+B7*(1+(B8*B9))

Figura 2. Cálculo del valor futuro utilizando fórmulas del Excel, ejercicio 2

7.3. Ejercicios de aplicación de Interés Compuesto

Ejercicio 3 Valor presente con tasa variable

Una persona necesita acumular $50 000 dentro de 6 años. Calcular el depósito que debe hacer al inicio, si las tasas de interés para los siguientes años son variables, de acuerdo con el siguiente detalle:

AÑO	AÑO 1	AÑO 2	AÑO 3	AÑO 4	AÑO 5	AÑO 6
TASA	3,0 %	3,5 %	4,0 %	4,5 %	5,0 %	5,5 %

Se trata de un problema de cálculo de Capital, dado un monto y tasas de interés variables; por lo tanto, el planteamiento es el siguiente:

C =50 000* $(1 + 0{,}03)^{-1}*(1 + 0{,}035)^{-1}*(1 + 0{,}04)^{-1}*(1 + 0{,}045)^{-1}*(1 + 0{,}05)^{-1}*(1 + 0{,}055)^{-1}$

C = 50 000*0,970874*0,966184*0,961538*0,956938*0,952381*0,947867

C = 50 000*0,779168

C = $ 38 958,39

Excel no posee ninguna función específica para resolver directamente este planteamiento; sin embargo, se debe realizar algunas operaciones en la hoja de cálculo para obtener la respuesta

En la Celda C1 de la Hoja Electrónica, se escribe el valor del monto $ 50 000, en las celdas C4 hasta H4 se escribe las diferentes tasas de interés durante los seis años. En las celdas C5 hasta H5 se escribe los datos en porcentaje de la fila 4, incrementando el 1 que significa el cien por ciento. En la celda C6 calculamos el producto de los factores haciendo uso de la función PRODUCTO del programa Excel. Se escribe la función siguiente =PRODUCTO(C5:H5); en la celda C7 calculamos el valor actual dividiendo el monto que se encuentra en la celda C1 para el producto de los factores celda C6; así obtenemos el resultado buscado $ C = $ 38 958,39.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1		Monto	50.000					
2			1					
3		AÑO	AÑO 1	AÑO 2	AÑO 3	AÑO 4	AÑO 5	AÑO 6
4		TASA	3,0%	3,5%	4,0%	4,5%	5,0%	5,5%
5			1,030	1,035	1,040	1,045	1,050	1,055
6		Producto de factores	1,283		·=PRODUCTO(C5:H5)			
7		Valor Actual	38.958,394		·=+C1/C6			

Figura 3. Cálculo del valor presente aplicando tasas variables

Ejercicio 4 Cálculo del valor futuro

¿Cuánto acumularía una persona al final de 7 años, si se invierte hoy en una institución financiera el valor de $ 30 000 a una tasa efectiva del 8 %?

Desarrollo:

Aplicado directamente la fórmula convencional se obtiene:

$VF = 30\,000 * (1 + 0{,}08)^7$

$VF = 30\,000 * 1{,}713824269$

$VF = \$\,51\,414{,}73$

Utilizando la Hoja de Excel, ubicamos los datos desde la celda B3 hasta B5, en la celda B6 obtenemos el resultado (VF) aplicando la función de Valor Actual (VA), ver figura 4.

	A	B
1		
2	DATOS	
3	VA	30.000
4	Nper	7
5	tasa	0,08
6	VF	?????

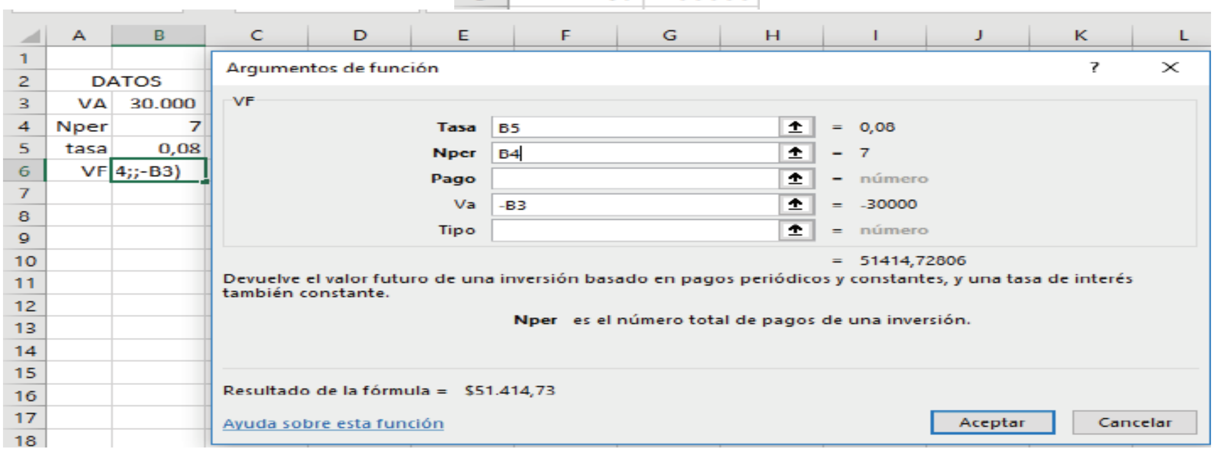


Figura 4. Cálculo de valor futuro en Excel, argumentos de función.

El valor presente que encuentra en la celda B3 se coloca con signo menos (-) con la finalidad que Excel que refleje un valor positivo, caso contrario no daría una respuesta negativa, ver figura 5:

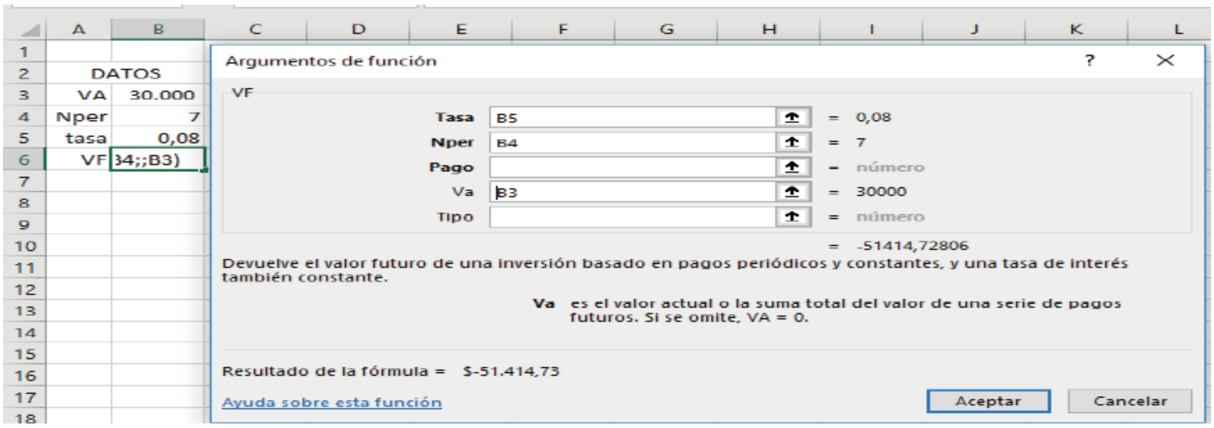


Figura 5. Cálculo de valor futuro en Excel, argumentos de función, ejercicio 4.

Ejercicio 5 Cálculo del valor actual (VA) a partir del valor futuro (VF)

Un inversionista desea tener dentro de 4 años el valor de $ 25 000, ¿Cuánto debería invertir hoy, si se aspira a ganar una tasa interés del 7 % anual.

Desarrollo:

Aplicado directamente la fórmula convencional, se obtiene:

$VA = 25\ 000 * (1 + 0{,}07)^{-4}$

$VA = 25\ 000 * 0{,}762895212$

$VA = \$\ 19\ 072{,}38$

Con Excel, insertamos los datos desde la celda B3 hasta la B5, en la celda B6 se obtiene el resultado (VA) aplicando la función de Valor Futuro (VF), ver figura 6.

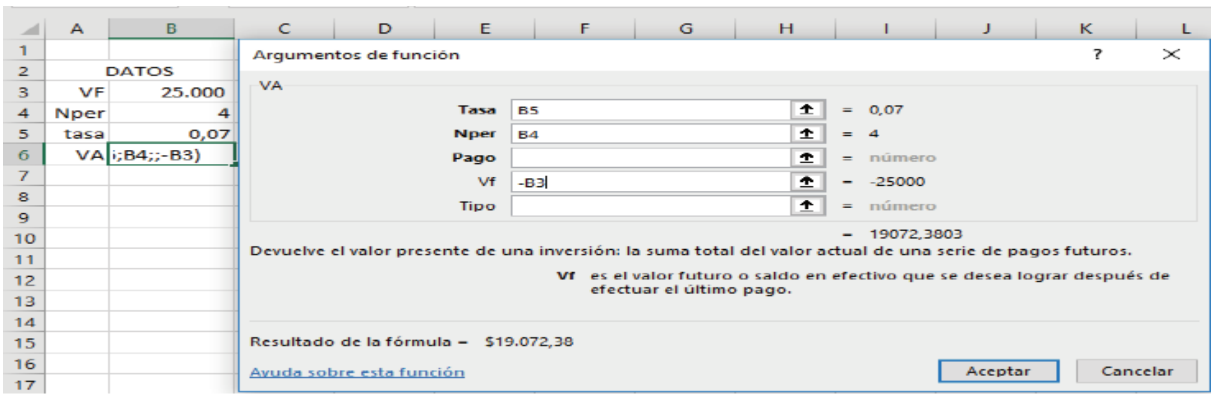


Figura 6. Cálculo de valor futuro en Excel, argumentos de función, ejercicio 5.

Ejercicio 6 Cálculo de la tasa de interés (i)

Determinar la tasa de interés de un capital de $18 000, que se convierte en $ 24 088,06 en 5 años.

Desarrollo:

Con la aplicación de la fórmula tradicional, se obtiene:

$$i = \sqrt[5]{\frac{24088,06}{18.000,oo}} - 1$$

$$i = 1,05999999 - 1$$

$$i = 6\%$$

En la Hoja de Excel insertamos los valores conocidos desde la celda B3 hasta B5, ubicar el cursor en la celda B6, se aplica la función tasa y obtenemos el resultado deseado, ver figura 7.

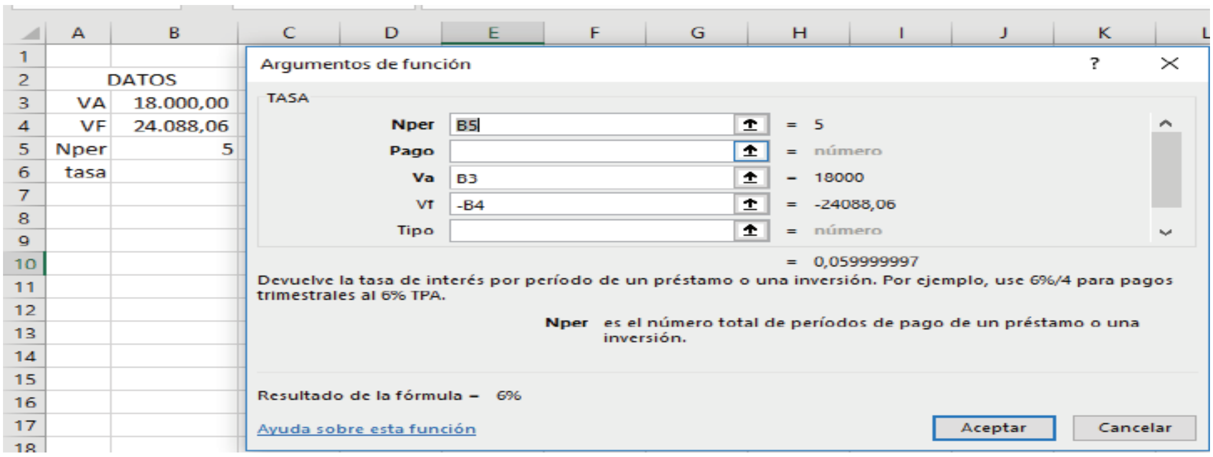


Figura 7. Cálculo de valor futuro en Excel, argumentos de función, ejercicio 6.

Ejercicio 7 Cálculo del tiempo, plazo o número de períodos (n)

Calcular el tiempo de inversión de un capital de $ 30 000, que se ha convertido en $ 65 156,80 a una tasa de interés del 9 % anual.

Desarrollo:

Método tradicional

$$n = \frac{log.\frac{VF}{VA}}{log.(1+i)}$$

$$n = \frac{log.\frac{65.156,80}{30.000}}{log.(1+0,09)}$$

$$n = \frac{0,336838492}{0,037426497}$$

$$n = 9$$

Utilizando los cálculos en Excel:

Insertamos los datos desde la celda B3 hasta B5, luego hacer un chip en la Celda B6, posteriormente se aplica la función Nper, ver figura 8.

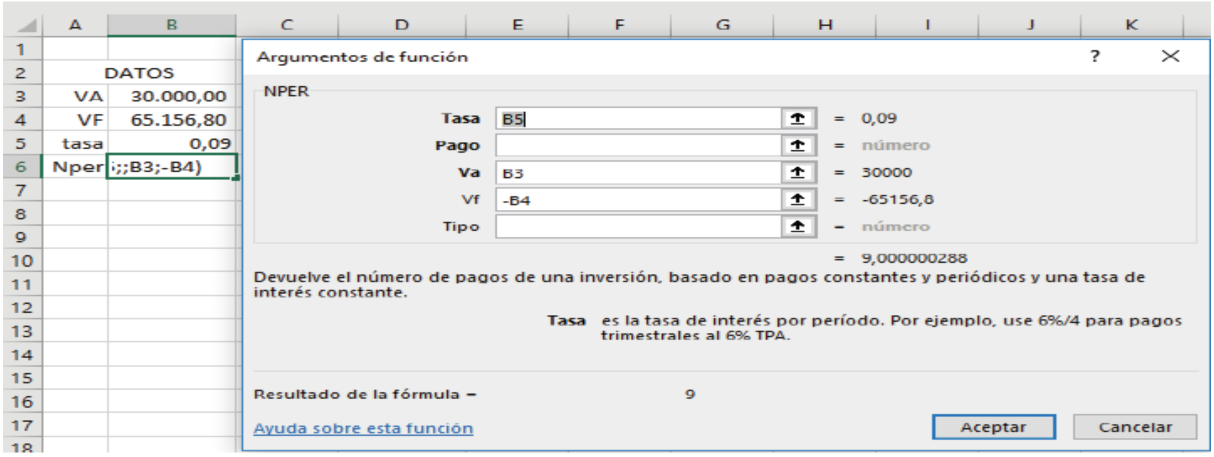


Figura 8. Cálculo de valor futuro en Excel, argumentos de función, ejercicio 8.

Como se puede observar en la figura 8 de la Hoja de Excel, resulta fácil la aplicación de funciones al introducir las variables, obteniendo el resultado en forma inmediata.

7.4. Ecuaciones de Valor aplicando la herramienta buscar objetivo de la hoja electrónica Excel

En el ejemplo 7 de este libro, se encuentra propuesto y desarrollado de forma manual una ecuación de valor a interés compuesto. A continuación, se resuelve el mismo ejercicio con aplicación de la hoja Excel. En la hoja Excel, resuelve una ecuación de primer grado con una incógnita, para encontrar el valor de una variable, se iguala a un resultado determinado, que ordinariamente es cero.

Las ecuaciones de valor, resuelven como reemplazar un grupo de deudas contraídas por otro grupo de deudas propuestas. En Matemáticas Financieras, son ecuaciones de primer grado; se resuelve en Excel aplicando la herramienta *Buscar objetivo* previo la construcción de la tabla de amortización del crédito.

Ejercicio 8 Resolución de ecuaciones de valor a interés compuesto

Se aplica fórmula manualmente:

Una persona debe $ 7 500 pagaderos en 2 años y $ 15 000 a 5 años plazo. Con su acreedor acuerda reemplazar estas deudas con dos pagos iguales a 3 y 4 años respectivamente, si se pacta una tasa del 8

% capitalizable semestralmente y la fecha focal al finalizar los 3 años. Calcule el valor de dos pagos iguales.

Paso 1

Son dos deudas convenidas inicialmente, que van a hacer reemplazadas con dos pagos acordados, con una fecha focal y una tasa de interés compuesto. Se plante la ecuación:

Fecha focal 3 años

Tasa de interés 8 % anual capitalización semestral

Deuda propuesta				=	**Deudas antiguas**			
1	X	Vence en	3 años	=	1	\$ 7 500	Vence en	2 años
2	X	Vence en	4 años	=	2	\$ 15 000	Vence en	5 años

Para facilitar la resolución del ejercicio es conveniente equiparar la tasa de interés con diferentes tiempos de vencimiento, de la siguiente forma:

Fecha focal 5 semestres

Tasa de interés 4 % semestral

Deuda propuesta				=	**Deudas antiguas**			
1	X	Vence en	6 semestres	=	1	\$ 7 500	Vence en	4 semestres
2	X	Vence en	8 semestres	=	2	\$ 15 000	Vence en	10 semestres

Al igual que el interés simple, se resta los diferentes plazos de vencimiento, con un plazo de fecha focal acordada.

Si la diferencia es positiva se calcula monto.

$$7\,500(1,04)^2$$

Si la diferencia es negativa se calcula el valor presente o valor actual, y

$$x(1{,}04)^{-2}; 15\,000(1{,}04)^{-4}$$

Si la diferencia es cero no se calcula y el valor el mismo.

$$x$$

Paso 2

$x + 0{,}924556213x = 8\,112 + 12\,822{,}06$

$1{,}924556213x = 20\,934{,}06$

$$x = \frac{20\ 934{,}06}{1{,}924556213}$$

Respuesta: $x = \$\ 10\ 877{,}34$ Valor de cada uno de los pagos que se hará a los 3 y 4 años.

Utilizando herramienta *(Buscar objetivo)* de Excel

El primer paso es calcular el valor de la deuda al inicio; es decir, al momento cero utilizamos la opción *Buscar objetivo* previo la construcción de la tabla de amortización de la obligación.

	B	C	D	E	F
1					
2	1,00	4,00%			
3	NO	CUOTA	INTERÉS	ABONO	SALDO
4	0	-			=+B2-C4
5	1	-	=+F4*C2	=+C5-D5	=+F4-E5
6	2	-			
7	3	-			
8	4	7.500			
9	5	-			
10	6	-			
11	7	-			
12	8	-			
13	9	-			
14	10	15.000			

Figura 9. Procedimiento para el cálculo de valores actuales de varias obligaciones

En la Hoja de Excel, en la celda B2 escribimos un valor provisional de 1, a manera de incógnita que corresponde al valor de la deuda; en la celda C2 ubicamos la tasa del 4 % que es el resultado del 8 % anual dividido para 2 para que se convierta en tasa semestral; en la fila 3, escribimos los títulos de los elementos que confirman la tabla de amortización, en la celda C8 anotamos el primer pago de $ 7 500, luego en la celda C14 escribimos el valor del segundo pago de $ 15 000; en las celdas donde no se registran pagos se coloca el valor de cero, en la celda D5 determinamos el interés multiplicando el valor inicial de la celda F4 por la tasa de interés que se encuentra en la celda C3 con referencia absoluta a fin de arrastrar la fórmula y el valor se repita en todas las celdas la misma tasa (4 %). En la celda E5 calculamos el valor del principal restando el valor que conste en la celda C5 del valor de la celda D5 y finalmente en la celda F5 se calcula el saldo final, restando el valor que consta en la celda F4 de la cantidad de la celda E5, ver figura 9.

Para completar la tabla de amortización en Excel, copiamos las celdas D5, E5 y F5 con las fórmulas en el rango (D6:F14) ver figura 9. Se visualiza que la tabla de amortización se encuentra desajustada con cualquier número en las celdas copiadas, siendo necesario ajustar encontrando el valor de la incógnita que provisionalmente será 1 en la celda B2, utilizando la herramienta *Buscar objetivo* de la hoja de cálculo Excel, hacemos clic en la opción datos del menú principal y escogemos la opción *Análisis de hipótesis* y *Buscar objetivo*, ver figura 10.

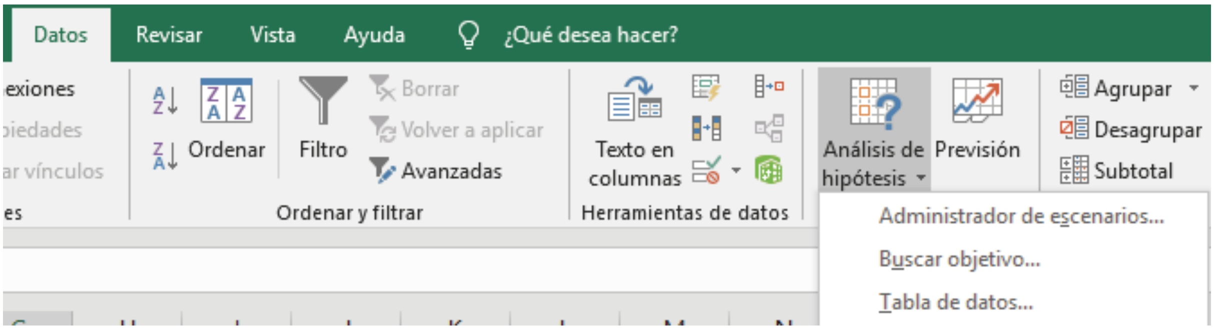


Figura 10. Procedimiento para aplicar la opción de análisis de hipótesis del menú datos

Se observa en la figura 10, la herramienta *Análisis de Hipótesis*, realiza un chip en la opción *Buscar objetivo*, ver figura 11, escoja la opción: *definir la celda,* donde el Excel genera cualquier valor, marco la celda F14 que pertenece al saldo final, en la opción *Con el valor,* aquí usted indica el valor que se desea, en el presente caso se coloca 0, en la opción tercera *Cambiando la celda* se ubica la dirección de la celda donde se desea que se refleje el valor buscado es decir la celda B2, realizamos un clip en *Aceptar* y el Excel recalcula automáticamente el valor de la deuda.

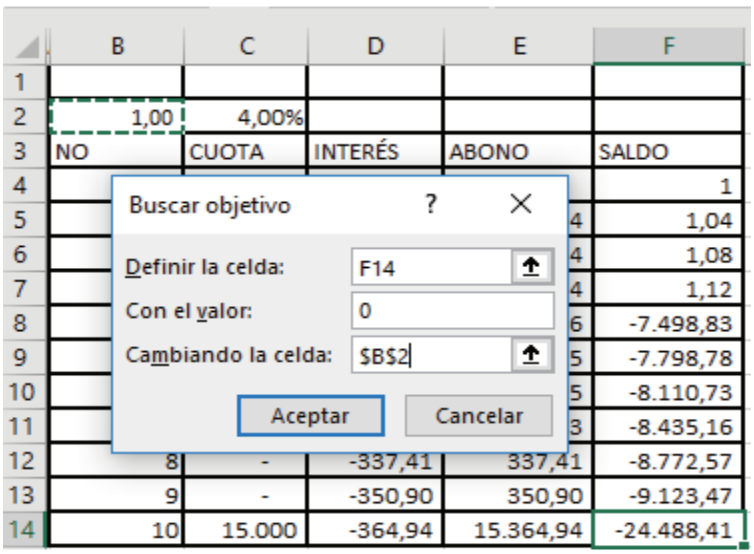
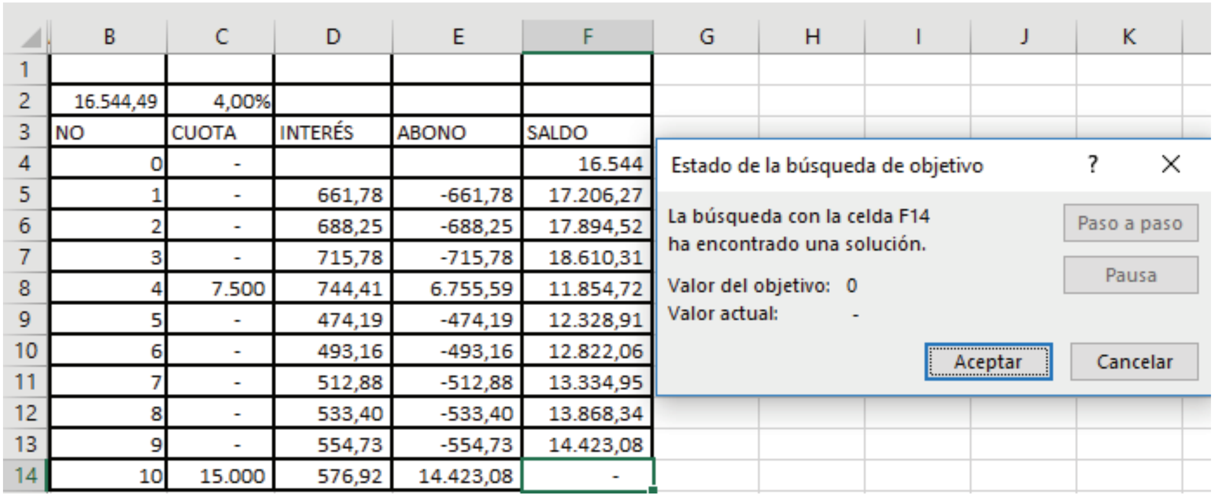


Figura 11. Procedimiento para el cálculo de valores actuales de varias obligaciones, buscar objetivo.

En la figura 12 se observa, que el programa comienza a procesar diferentes opciones, en la se despliega el mensaje *Estado de la búsqueda del objetivo*, luego se despliega la opción *La búsqueda con la celda F14 ha encontrado una solución,* luego realizamos un clic en *Aceptar*, observamos la celda B2, que cambio su valor de 1 al valor de $ 16 544,49.



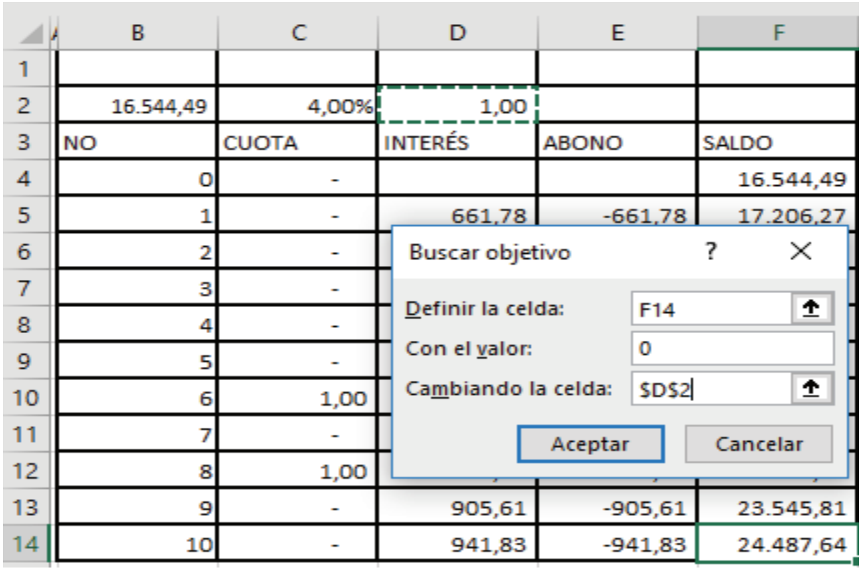
	B	C	D	E	F
1					
2	16.544,49	4,00%			
3	NO	CUOTA	INTERÉS	ABONO	SALDO
4	0	-			16.544
5	1	-	661,78	-661,78	17.206,27
6	2	-	688,25	-688,25	17.894,52
7	3	-	715,78	-715,78	18.610,31
8	4	7.500	744,41	6.755,59	11.854,72
9	5	-	474,19	-474,19	12.328,91
10	6	-	493,16	-493,16	12.822,06
11	7	-	512,88	-512,88	13.334,95
12	8	-	533,40	-533,40	13.868,34
13	9	-	554,73	-554,73	14.423,08
14	10	15.000	576,92	14.423,08	-

Figura 12. Procedimiento para el cálculo de valores actuales de varias obligaciones, terminación, aceptar.

En la figura 12, en la celda B2 se observa el valor de $ 16 544,49 que pertenece al saldo inicial de la obligación, que se va a amortizar en dos pagos iguales en los semestres 6 y 8. Para determinar el valor de los pagos iguales que cancela la deuda contraída de $ 16 544,49 y se procede a elaborar una nueva tabla de amortización.

En la figura 13, se observa el procedimiento para la nueva tabla de amortización, en la celda B2 se coloca el valor de la deuda 16 544,49 en la celda C2 la tasa de interés 4 % semestral y en la celda D2 introducimos un valor provisional de 1 como incógnita que necesitamos encontrar. En las Celdas C10 y C12 se inserta la fórmula =D2 y se procede a la elaboración de la tabla de amortización siguiendo el procedimiento anterior. En la fila 3, etiquetamos las columnas de las celdas B3C3D3E3F3, (No., cuota, interés, abono, saldo), en las celdas D5, E5 y F5 colocamos los intereses, el abono y el nuevo saldo respectivamente.

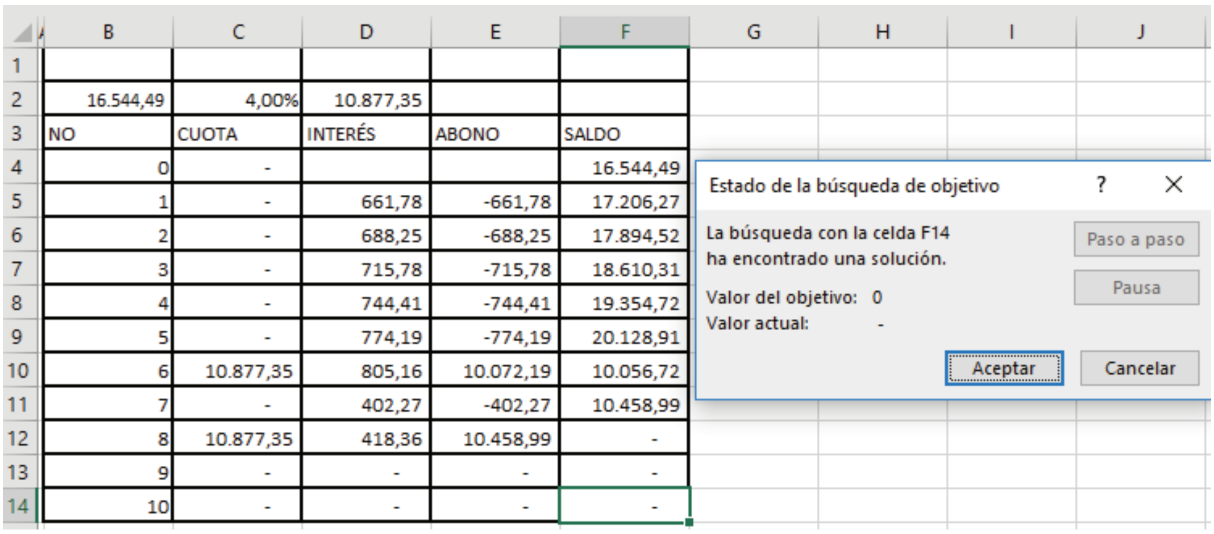
Posteriormente procedemos a copiar las fórmulas en el rango D6:F14 y damos un *Enter*, luego ir a la opción *Datos del menú principal* escogemos la opción *Análisis de Hipótesis* seguido de la opción *Buscar Objetivo* y seguimos el procedimiento anterior, ver la tabla en la figura 13.



	B	C	D	E	F
1					
2	16.544,49	4,00%	1,00		
3	NO	CUOTA	INTERÉS	ABONO	SALDO
4	0	-			16.544,49
5	1	-	661,78	-661,78	17.206,27
6	2	-			
7	3	-			
8	4	-			
9	5	-			
10	6	1,00			
11	7	-			
12	8	1,00			
13	9	-	905,61	-905,61	23.545,81
14	10	-	941,83	-941,83	24.487,64

Figura 13. Procedimiento para aplicar la opción de análisis de hipótesis del menú dato, nuevos pagos.

Al escoger la opción *Aceptar* el Excel nuevamente comienza a barajar algunas opciones hasta que muestra el resultado que necesitamos encontrar, el valor de $ 10 877,35 que constituyen los pagos que se debe cancelar al finalizar el sexto y octavo semestre (años 3 y 4)



	B	C	D	E	F
1					
2	16.544,49	4,00%	10.877,35		
3	NO	CUOTA	INTERÉS	ABONO	SALDO
4	0	-			16.544,49
5	1	-	661,78	-661,78	17.206,27
6	2	-	688,25	-688,25	17.894,52
7	3	-	715,78	-715,78	18.610,31
8	4	-	744,41	-744,41	19.354,72
9	5	-	774,19	-774,19	20.128,91
10	6	10.877,35	805,16	10.072,19	10.056,72
11	7	-	402,27	-402,27	10.458,99
12	8	10.877,35	418,36	10.458,99	-
13	9	-	-	-	-
14	10	-	-	-	-

Figura 14. Procedimiento para aplicar la opción de análisis de hipótesis del menú datos, aceptar.

En la figura 14, se despliega la opción *Estado de la búsqueda de objetivo*, finalmente, se procede hacer un chip en la opción *Aceptar* y finalizamos; el resultado es el mismo que se obtuvo aplicando las fórmulas de manera manual.

Ejercicio 9

Una persona compra un televisor de última tecnología en $ 3 000 y debe financiar con cuatro pagos iguales en los meses 3, 6, 9 y 12. Encontrar el valor de estos pagos si la tasa de interés que se cobra es del 1,5% mensual.

Paso 1

El precio de contado del televisor es $ 3 000 financiado a cuatro pagos iguales acordados en los meses 3, 6, 9 y 12, se plantea la ecuación de valor.

Fecha focal 12 meses

Tasa de interés 1,5 % mensual

Deuda propuesta				=	**Deudas antiguas**			
1	X	Vence en	3 meses	=	1	$ 3 000	Vence en	hoy
2	X	Vence en	6 meses					
3	X	Vence en	9 meses					
4	X	Vence en	12 meses					

Escogemos una fecha focal o de referencia, en este caso será 12.

Fecha focal 12 meses

Tasa de interés 1,5 % mensual

Al igual que el ejercicio anterior, se resta los diferentes plazos de vencimiento, con un plazo de fecha focal acordada, luego se aplica el procedimiento en la siguiente ecuación.

$$x * (1 + 0{,}015)^9 + x * (1 + 0{,}015)^6 + x * (1 + 0{,}015)^3 + x * (1 + 0{,}015)^0 = 3\,000 * (1 + 0{,}015)^{12}$$

$$1{,}14338998x + 1{,}09344326x + 1{,}04567838x + x = 3\,586{,}85$$

$$4{,}28251161x = 3\,586{,}85$$

$$x = \frac{3\,586{,}85}{4{,}28251161}$$

Respuesta: $x = \$\,837{,}56$ representa el valor de cada uno de los pagos a 3, 6, 9 y 12 meses.

Utilizando la herramienta (*Buscar objetivo*) de Excel

	B	C	D	E	F
1					
2	3.000,00	1,50%	1,00		
3	NO	CUOTA	INTERÉS	ABONO	SALDO
4	0	-			=+B2-C4
5	1	-	=+F4*C2	=+C5-D5	=+F4-E5
6	2	-	#¡VALOR!	#¡VALOR!	#¡VALOR!
7	3	=+D2	#¡VALOR!	#¡VALOR!	#¡VALOR!
8	4	-	#¡VALOR!	#¡VALOR!	#¡VALOR!
9	5	-	#¡VALOR!	#¡VALOR!	#¡VALOR!
10	6	=+D2	#¡VALOR!	#¡VALOR!	#¡VALOR!
11	7	-	#¡VALOR!	#¡VALOR!	#¡VALOR!
12	8	-	#¡VALOR!	#¡VALOR!	#¡VALOR!
13	9	=+D2	#¡VALOR!	#¡VALOR!	#¡VALOR!
14	10	-	#¡VALOR!	#¡VALOR!	#¡VALOR!
15	11	-	#¡VALOR!	#¡VALOR!	#¡VALOR!
16	12	=+D2	#¡VALOR!	#¡VALOR!	#¡VALOR!

Figura 15. Procedimiento para el cálculo de valores actuales de varias obligaciones, pagos consecutivos.

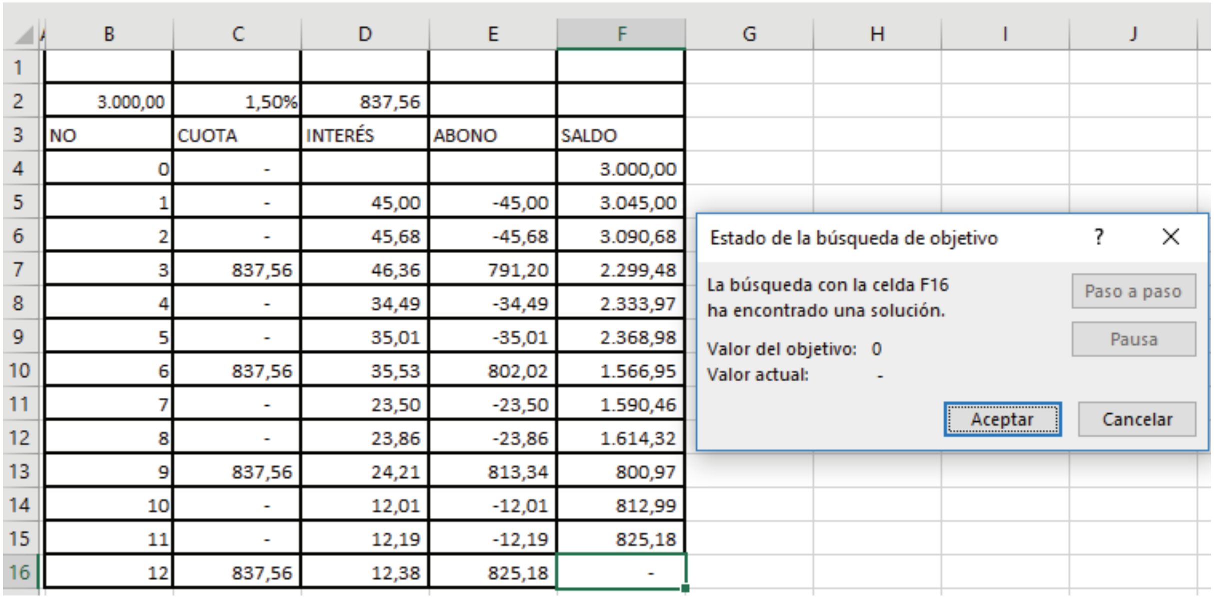
En la celda B2 se registra $ 3 000 que corresponde al valor del televisor de última tecnología, en la celda C2 se registra la tasa de interés del 1,5 %, en la celda D2 el valor provisional de 1. En las celdas C7, C10, C13 y C16 anotamos =D2 y completamos la tabla arrastrando las fórmulas, luego se aplica la opción *Datos*, *Análisis de Hipótesis*, *Buscar Objetivo*, se visualiza en la celda F16, ver figura 16. recuadro

	B	C	D	E	F
1					
2	3.000,00	1,50%	1,00		
3	NO	CUOTA	INTERÉS	ABONO	SALDO
4	0	-			3.000,00
5	1	-	45,00	-45,00	3.045,00
6	2				3.090,68
7	3				3.136,04
8	4				3.183,08
9	5				3.230,82
10	6				3.278,28
11	7				3.327,46
12	8				3.377,37
13	9	1,00	50,66	-49,66	3.427,03
14	10	-	51,41	-51,41	3.478,44
15	11	-	52,18	-52,18	3.530,61
16	12	1,00	52,96	-51,96	3.582,57

Buscar objetivo ?
Definir la celda: F16
Con el valor: 0
Cambiando la celda: D2
Aceptar Cancelar

Figura 16. Procedimiento para el cálculo de valores actuales de varias obligaciones, pagos consecutivos, buscar objetivo.

Posteriormente al aplicar la opción *Aceptar*, el Excel comienza a buscar opciones hasta encontrar la respuesta correcta y muestra el valor de $ 837,56 ver figura17 que coincide con el valor calculado de manera manual.



	B	C	D	E	F
1					
2	3.000,00	1,50%	837,56		
3	NO	CUOTA	INTERÉS	ABONO	SALDO
4	0	-			3.000,00
5	1	-	45,00	-45,00	3.045,00
6	2	-	45,68	-45,68	3.090,68
7	3	837,56	46,36	791,20	2.299,48
8	4	-	34,49	-34,49	2.333,97
9	5	-	35,01	-35,01	2.368,98
10	6	837,56	35,53	802,02	1.566,95
11	7	-	23,50	-23,50	1.590,46
12	8	-	23,86	-23,86	1.614,32
13	9	837,56	24,21	813,34	800,97
14	10	-	12,01	-12,01	812,99
15	11	-	12,19	-12,19	825,18
16	12	837,56	12,38	825,18	-

Figura 17. Procedimiento para el cálculo de valores actuales de varias obligaciones, estdos de búsqueda de objetivo.

Luego aplicamos *Aceptar* y se obtiene la respuesta.

Ejercicio 10

Elizabeth desea saber cuánto debe depositar hoy en una cuenta de ahorros que reconoce una tasa de interés del 0,5 % mensual a fin de retirar $ 700 después de 5 meses, $ 500 dentro de 7 meses, el 40 % de del depósito dentro de 9 meses y el saldo final a retirarse al finalizar los 12 meses sea de $ 300.

Paso 1

El valor del depósito que debe realzar Elizabeth hoy es desconocido (X) se reemplaza con cuatro retiros acordados en los meses 3, 6, 9 y 12, se plantea la ecuación de valor.

Fecha focal 12 meses

Tasa de interés 0,5 % mensual

Valor del depósito de hoy				**=**	**Valor de los cuatro retiros**			
1	X	Vence	Hoy	=	1	$ 700	Vence en	5 meses
2					1	$ 500	Vence en	7 meses
3					1	$ 40 % X	Vence en	9 meses
4					1	$ 300	Vence en	12 meses

Escogemos una fecha focal o de referencia, en el presente caso será 12.

Fecha focal 12 meses

Tasa de interés 1,5 % mensual

A continuación, se resta los diferentes plazos de vencimiento, con el plazo de fecha focal acordada, aplicando el procedimiento se presenta la siguiente ecuación.

$x*(1+0{,}005)^{12}= 700*(1+0{,}005)^{7} \ +500*(1+0{,}005)^{5}+0{,}4x*(1+0{,}005)^{3} \ + \ 300$

$1{,}06167781x=724{,}87+512{,}63+0{,}40603x+300$

$1{,}06167781x=1\ 537{,}50+0{,}40603x$

$1{,}06167781x-0{,}40603x=1\ 537{,}50$

$$x=\frac{1\ 537{,}50}{0{,}65564781}$$

Respuesta: $x=\$\ 2\ 345{,}01$ es el valor del depósito que debe hacer Elizabeth hoy.

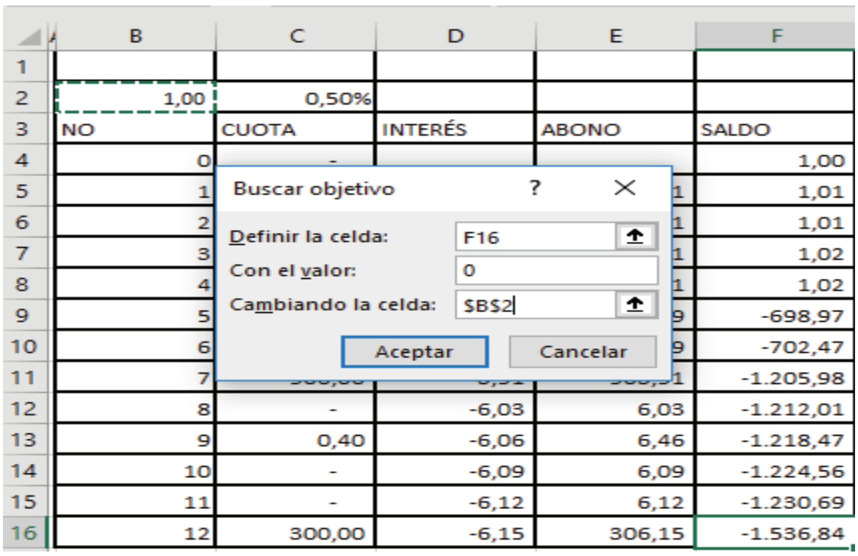
Utilizando la herramienta *(Buscar objetivo)* de Excel

	B	C	D	E	F
1					
2	1,00	0,50%			
3	NO	CUOTA	INTERÉS	ABONO	SALDO
4	0	-			=+B2-C4
5	1	-	=+F4*C2	=+C5-D5	=+F4-E5
6	2	-	#¡VALOR!	#¡VALOR!	#¡VALOR!
7	3	-	#¡VALOR!	#¡VALOR!	#¡VALOR!
8	4	-	#¡VALOR!	#¡VALOR!	#¡VALOR!
9	5	700,00	#¡VALOR!	#¡VALOR!	#¡VALOR!
10	6	-	#¡VALOR!	#¡VALOR!	#¡VALOR!
11	7	500,00	#¡VALOR!	#¡VALOR!	#¡VALOR!
12	8	-	#¡VALOR!	#¡VALOR!	#¡VALOR!
13	9	=B2*0,4	#¡VALOR!	#¡VALOR!	#¡VALOR!
14	10	-	#¡VALOR!	#¡VALOR!	#¡VALOR!
15	11	-	#¡VALOR!	#¡VALOR!	#¡VALOR!
16	12	300,00	#¡VALOR!	#¡VALOR!	#¡VALOR!

Figura 18. Cálculo del valor actúa de varias obligaciones futuras, ejercicio 10

En el mundo de las finanzas siempre existen dos partes, quién entrega el dinero llamado prestamista y quien recibe se denomina prestatario, en el presente caso realizamos los cálculos financieros para el prestatario quién recibe el dinero, quien debe realizar abonos periódicos hasta amortizar la deuda.

En la figura 18, en la celda B2 anotamos el valor provisional de 1 que corresponde al depósito inicial, en la celda C2 se coloca la tasa de interés del 0,5 %, en la celda C9 colocamos el valor del primer retiro de $ 700 a los 5 meses, en la celda C11 escribimos el valor del segundo retiro de $ 500 a los 7 meses, en la celda C13 colocamos el 40 % del valor provisional que se busca, en la cela C16 anotamos el valor de $ 300 que espera como saldo final. Ver figura 19.



	B	C	D	E	F
1					
2	2.345,00	0,50%			
3	NO	CUOTA	INTERÉS	ABONO	SALDO
4	0	-			2.345,00
5	1	-	11,73	-11,73	2.356,73
6	2	-	11,78	-11,78	2.368,51
7	3	-	11,84	-11,84	2.380,35
8	4	-	11,90	-11,90	2.392,26
9	5	700,00	11,96	688,04	1.704,22
10	6	-	8,52	-8,52	1.712,74
11	7	500,00	8,56	491,44	1.221,30
12	8	-	6,11	-6,11	1.227,41
13	9	938,00	6,14	931,86	295,54
14	10	-	1,48	-1,48	297,02
15	11	-	1,49	-1,49	298,51
16	12	300,00	1,49	298,51	-

Estado de la búsqueda de objetivo ? X

La búsqueda con la celda F16
ha encontrado una solución.

Valor del objetivo: 0
Valor actual: -

Paso a paso
Pausa
Aceptar
Cancelar

Figura 19. Cálculo del valor actúa de varias obligaciones futuras, ejercicio 10, estado de la búsqueda de objetivo.

Ejercicio 11

Un empresario cotiza una maquinaria para su industria en $ 15 000 de contado, acuerda en adquirirlo bajo las siguientes condiciones: Una cuota inicial del 20 %, la diferencia abonar en 3 pagos en los meses 4, 8 y 12 respectivamente de manera que, el segundo pago sea $ 500 menos que el primero y el tercero sea $ 2 000 más que el segundo. Determinar el valor de los pagos si se acuerda a una tasa del 1 % mensual.

Paso 1

El precio de contado de la maquinaria de $ 15 000, el 20 % de entrada y tres pagos iguales con las condiciones acordados en los meses 4, 8 y 12, con los datos se plantea la ecuación de Valor, así:

Fecha focal 12 meses

Tasa de interés 1 % mensual

Deuda propuesta				**=**	**Deudas antiguas**			
1	20 %X	Vence	Hoy	=	1	$ 15 000	Vence	hoy
2	X	Vence en	4 meses					
3	X-500	Vence en	8 meses					
4	(X-500) + 2 000	Vence en	12 meses					

Escogemos una fecha focal o de referencia que este caso será 12

Fecha focal 12 meses

Tasa de interés 1 % mensual

Al igual que el ejercicio anterior, se resta los diferentes plazos de vencimiento, con un plazo de fecha focal acordada, aplicando el procedimiento manual, se presenta la siguiente ecuación:

$3\ 000 * (1+0{,}01)^{12} + x * (1+0{,}01)^{8} + [x * (1+0{,}01)^{4} - 500(1+0{,}01)^{4} *] + \{[x-500] + 2\ 000\} = 15\ 000 * (1+0{,}01)^{12}$

$3\ 380{,}48 + 1{,}082856706x + (1{,}04060401x - 520{,}30) + x + 1\ 500 = 16\ 902{,}38$

$3{,}123460716x = 12\ 542{,}20$

$$x = \frac{12\ 542{,}20}{3{,}123460716}$$

Respuesta: $x = \$\ 4\ 015{,}48$ Valor del primer pago a los 4 meses.

= $ 4 015,48 - 500, 00 = 3 515,48 Valor del segundo pago a los 8 meses

= (3 515,48 + 2 000) = 5 515,48 Valor del tercer pago a los 12 meses

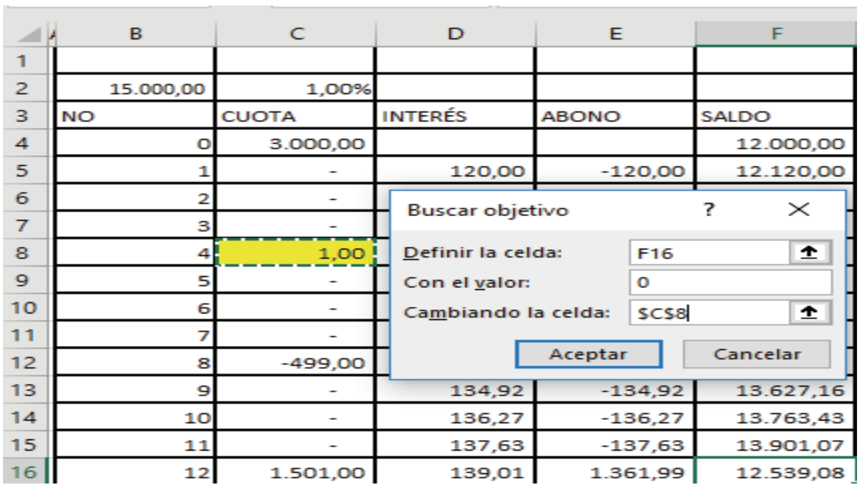
Se aplica la herramienta *(Buscar objetivo)* de Excel

En la celda B2 se registra $15 000 que es el valor de contado de la maquinaria que se va a adquirir con un financiamiento, en la celda C2 se registra la tasa del 1 % mensual, en la celda C4 calculamos el valor de la entrada (el 20 % de la celda B2), en la celda F4 se calcula el valor a financiar, en la celda C8 se registra un número provisional 1, que luego el programa Excel se encargará de calcular el valor real que constituye el primer pago a los 4 meses, en la celda C12 calculamos el segundo pago en el mes 8, que es igual al primer pago restado $ 500, en la celda C16 se calcula el valor del tercer pago que es igual al valor del segundo pago sumado $ 2 000 ver figura 20.

	B	C	D	E	F
1					
2	15.000,00	1,00%			
3	NO	CUOTA	INTERÉS	ABONO	SALDO
4	0	+B2*0,2			=+B2-C4
5	1	-	=+F4*C2	=+C5-D5	=+F4-E5
6	2	-	#¡VALOR!	#¡VALOR!	#¡VALOR!
7	3	-	#¡VALOR!	#¡VALOR!	#¡VALOR!
8	4	1,00	#¡VALOR!	#¡VALOR!	#¡VALOR!
9	5	-	#¡VALOR!	#¡VALOR!	#¡VALOR!
10	6	-	#¡VALOR!	#¡VALOR!	#¡VALOR!
11	7	-	#¡VALOR!	#¡VALOR!	#¡VALOR!
12	8	+C8-500	#¡VALOR!	#¡VALOR!	#¡VALOR!
13	9	-	#¡VALOR!	#¡VALOR!	#¡VALOR!
14	10	-	#¡VALOR!	#¡VALOR!	#¡VALOR!
15	11	-	#¡VALOR!	#¡VALOR!	#¡VALOR!
16	12	+C12+2000	#¡VALOR!	#¡VALOR!	#¡VALOR!

Figura 20. Figura 20. Cálculo de pagos futuros de una obligación presente, ejercicio 11.

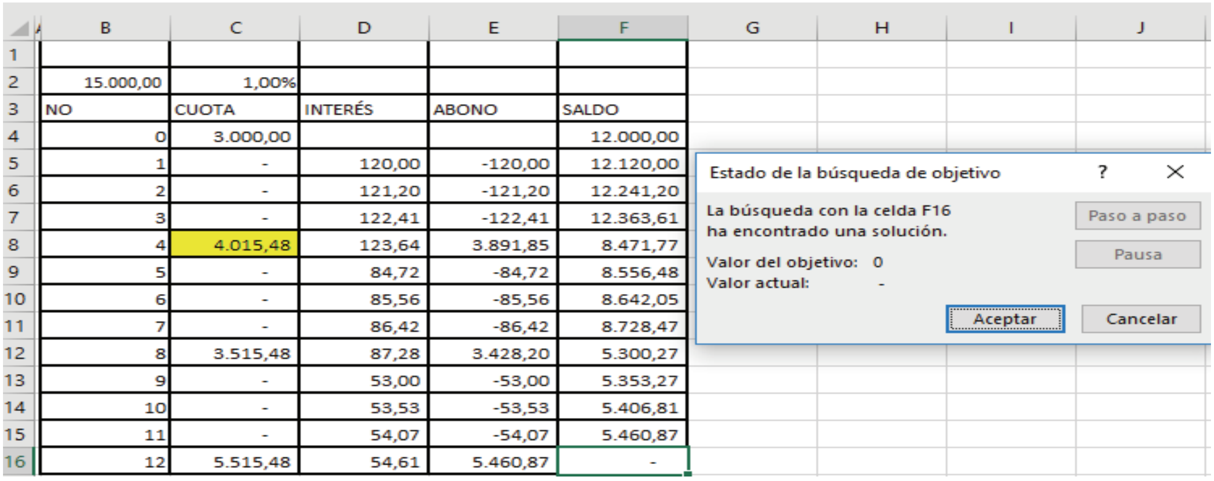
Luego aplicando el procedimiento explicado en la hoja Excel y se obtiene la siguiente figura 21.



	B	C	D	E	F
1					
2	15.000,00	1,00%			
3	NO	CUOTA	INTERÉS	ABONO	SALDO
4	0	3.000,00			12.000,00
5	1	-	120,00	-120,00	12.120,00
6	2	-			
7	3	-			
8	4	1,00			
9	5	-			
10	6	-			
11	7	-			
12	8	-499,00			
13	9	-	134,92	-134,92	13.627,16
14	10	-	136,27	-136,27	13.763,43
15	11	-	137,63	-137,63	13.901,07
16	12	1.501,00	139,01	1.361,99	12.539,08

Figura 21. Figura 20. Cálculo de pagos futuros de una obligación presente, ejercicio 11, buscar objetivo.

Al realizar un clip en *Aceptar,* se refleja el resultado en la celda C8, que está resaltado de color amarillo, ver figura 22.



	B	C	D	E	F
1					
2	15.000,00	1,00%			
3	NO	CUOTA	INTERÉS	ABONO	SALDO
4	0	3.000,00			12.000,00
5	1	-	120,00	-120,00	12.120,00
6	2	-	121,20	-121,20	12.241,20
7	3	-	122,41	-122,41	12.363,61
8	4	4.015,48	123,64	3.891,85	8.471,77
9	5	-	84,72	-84,72	8.556,48
10	6	-	85,56	-85,56	8.642,05
11	7	-	86,42	-86,42	8.728,47
12	8	3.515,48	87,28	3.428,20	5.300,27
13	9	-	53,00	-53,00	5.353,27
14	10	-	53,53	-53,53	5.406,81
15	11	-	54,07	-54,07	5.460,87
16	12	5.515,48	54,61	5.460,87	-

Figura 22. Cálculo de pagos futuros de una obligación presente, ejercicio 11, estado de la búsqueda de objetivo.

En la celda C8, se visualiza la respuesta que coincide exactamente con la respuesta calculada manualmente, ver figura 22.

Ejercicio 12

Determinar el valor de contado de una maquinaria que se adquiere financiado bajo las siguientes condiciones: una cuota inicial de $ 3 000, un pago igual al 30 % de su valor a los 4 meses y un pago igual al 50 % de su valor al final de los 8 meses. La tasa de interés pactada fue de 1,2 % mensual.

Paso 1

El precio de contado de una maquinaria es financiado con $ 3 000 de entrada, el 30 % del costo de la maquinaria se cancela a los 4 meses y otro pago igual al 50 % del costo a los 8 meses, con estos datos desarrollamos la ecuación de valor, así:

Fecha focal 8 meses

Tasa de interés 1,2 % mensual

Deuda propuesta				=	**Deudas antiguas**			
1	3 000	Vence	hoy	=	1	X	Vence	hoy
2	30 %*X	Vence en	4 meses					
3	50 %*X	Vence en	8 meses					

Se aplica el procedimiento y se construye la ecuación

$x * (1 + 0{,}012)^8 = 3\,000 * (1 + 0{,}012)^8 \; + \; 0{,}3x * (1 + 0{,}012)^4 + 0{,}5x$

$1{,}100130234x = 3\,300{,}39 + 0{,}314661279x + 0{,}5x$

$$x = \frac{3\,300{,}39}{0{,}285468954}$$

Respuesta: $x = \$\ 11\,561{,}29$ Valor de contado de la maquinaria.

$= \$\ 11\,561{,}29$ * 0,3= 3 468,39 Valor del primer pago a los 8 meses

= $ 11 561,29 * 0,5= 5 780,65 Valor del segundo pago a los 8 meses

Utilizando la herramienta *(Buscar objetivo)* de Excel

En la figura 23, en la celda B2, se registra el valor provisional de 1 que corresponde al valor de contado que costaría la maquinaria que se va adquirir, en la celda C2 se registra la tasa del 1,2 % mensual que financia la compra, en la celda C4 colocamos el valor de $ 3 000 como cuota inicial, en la celda F4 con fórmula se registra el saldo pendiente de pago, en la celda C8 calculamos el pago del 30 % del costo total de la maquinaria a los 4 meses, en la celda C12 se determina el segundo pago que consiste en el 50 % del costo indicado.

	B	C	D	E	F
1					
2	1,00	1.2%			
3	NO	CUOTA	INTERÉS	ABONO	SALDO
4	0	3.000,00			-=+B2-C4
5	1	-	-=+F4*C2	-=+C5-D5	-=+F4-E5
6	2	-	#¡VALOR!	#¡VALOR!	#¡VALOR!
7	3	-	#¡VALOR!	#¡VALOR!	#¡VALOR!
8	4	-+B2*0,3	#¡VALOR!	#¡VALOR!	#¡VALOR!
9	5	-	#¡VALOR!	#¡VALOR!	#¡VALOR!
10	6	-	#¡VALOR!	#¡VALOR!	#¡VALOR!
11	7	-	#¡VALOR!	#¡VALOR!	#¡VALOR!
12	8	-+B2*,0,5	#¡VALOR!	#¡VALOR!	#¡VALOR!

Figura 23. Cálculo del valor de contado de una máquina

Posteriormente se aplica la opción *Buscar objetivo* que se refleja en la figura 24:

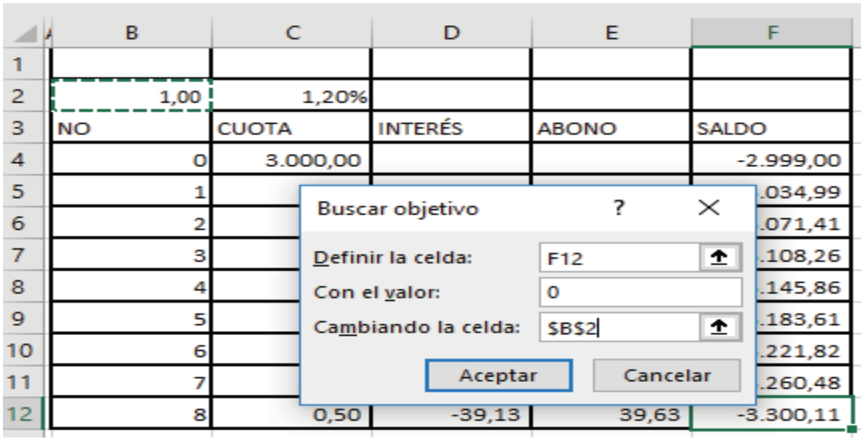
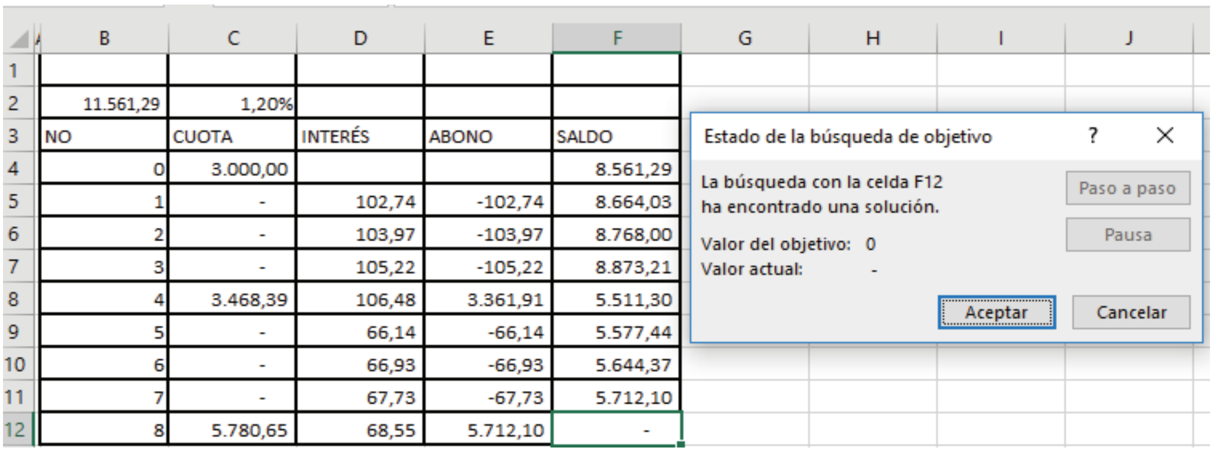


Figura 24. Cálculo del valor de contado de una máquina, buscar objetivo.

Hacer un chip en *Aceptar* el programa Excel realiza al interno los cálculos necesarios hasta llegar a las respuestas de $ 11 561,29; $ 3 468,39 y $ 5 780,65 estos resultados coinciden con los resultados calculados de forma manual, ver figura 25.



	B	C	D	E	F
1					
2	11.561,29	1,20%			
3	NO	CUOTA	INTERÉS	ABONO	SALDO
4	0	3.000,00			8.561,29
5	1	-	102,74	-102,74	8.664,03
6	2	-	103,97	-103,97	8.768,00
7	3	-	105,22	-105,22	8.873,21
8	4	3.468,39	106,48	3.361,91	5.511,30
9	5	-	66,14	-66,14	5.577,44
10	6	-	66,93	-66,93	5.644,37
11	7	-	67,73	-67,73	5.712,10
12	8	5.780,65	68,55	5.712,10	-

Figura 25. Cálculo del valor de contado de una máquina, estado de la búsqueda de objetivo.

BIBLIOGRAFÍA

Álvarez, A. (2006). *Matematicas Financieras* (Tercera ed.). Bogotá, Colombia .

Ayres, F. (1971). *Teoría y 500 problemas resueltos* (primera ed.). D. México, México: McGraw-Hill. Recuperado el 21 de marzo de 2018

Ayres, F. (1991). *Matematicas Financieras* (Vol. Primera). México: McGraw-Hill Interamericana de México S.A.

Flórez, J. (2018). *Matematicas Financieras* (Primera ed.). Bogotá , Colombia.

Garcia , J. A. (2000). *Matematicas Financiera* (tercera ed.). Prentice Hall. Recuperado el 14 de marzo de 2018

Meza, J.-d. J. (2011). *Matemáticas Financieras* (Cuarta ed.). Bogotá, Colombia : Ecoe Ediciones Ltda. Recuperado el 14 de marzo de 2018

Miner, A. (2005). *Matemática Financiera.* Madrid: McGraw-Hill Interamericana de España S. A. U.

Mora , A. (2009). *Matematicas Financieras* (Tercera ed.). Bogotá , Colombia .

Mora , A. (2014). *Matemáticas Financieras* (Cuarta ed.). Bogotá, Colombia : Alfaomega Colombiana S. A. . Recuperado el 14 de marzo de 2018

Portus, L. G. (1997). *Matermatias Financieras* (Primera ed.). Santafé de Bogotá, Bogotá, Colombia : McGRAW_HILL Interamericana, S. A. Recuperado el 14 de marzo de 2018

Serrano Rodríguez , J. (2008). *Matematicas financieras. Conceptos y problemas* (PrImera ed.). Bogotá, Colombia : Ediciones Uniandes .

Serrano Rodríguez, J. (2008). *Matemáticas Financieras, conceptos y problemas* (Primera ed.). Bogotá, Colombia : Ediciones Uniandes.

Villalobos , J. (2012). *Matematicas Financieras.* México: Pearson.

Villalobos, J. L. (2012). *Matemáticas Financieras* (cuarta ed.). D.México, México. Recuperado el 2018 de marzo de 20

Zima , P., & Brown, R. L. (2005). *Matemáticas Financieras* (segunda ed.). (V. G. Pozo, Trad.) Districto de México, México: McGraw-Hill Interamericana. Recuperado el 14 de marzo de 2018

Zima, P., & Brown, R. L. (2005). *Matematicas Financieras* (segunda ed.). D. México, México: McGraw-Hill Interamericana. Recuperado el 22 de marzo de 2018

TABLA I: Factor Valor Futuro de una anualidad ordinaria. 0

n	0,25%	0,333333%	0,416667%	0,50%	0,583333%	0,666667%	n
1	1,00000000	1,00000000	1,00000000	1,00000000	1,00000000	1,00000000	1
2	2,00250000	2,00333333	2,00416667	2,00500000	2,00583333	2,00666667	2
3	3,00750625	3,01001111	3,01251736	3,01502500	3,01753403	3,02004444	3
4	4,01502502	4,02004448	4,02506952	4,03010012	4,03513631	4,04017807	4
5	5,02506258	5,03344463	5,04184064	5,05025063	5,05867460	5,06711259	5
6	6,03762523	6,05022278	6,06284831	6,07550188	6,08818354	6,10089335	6
7	7,05271930	7,07039019	7,08811018	7,10587939	7,12369794	7,14156597	7
8	8,07035110	8,09395815	8,11764397	8,14140879	8,16525285	8,18917641	8
9	9,09052697	9,12093801	9,15146749	9,18211583	9,21288349	9,24377092	9
10	10,11325329	10,15134114	10,18959860	10,22802641	10,26662531	10,30539606	10
11	11,13853642	11,18517894	11,23205526	11,27916654	11,32651396	11,37409870	11
12	12,16638277	12,22246287	12,27885549	12,33556237	12,39258529	12,44992602	12
13	13,19679872	13,26320442	13,33001739	13,39724018	13,46487537	13,53292553	13
14	14,22979072	14,30741510	14,38555913	14,46422639	14,54342047	14,62314503	14
15	15,26536520	15,35510648	15,44549896	15,53654752	15,62825709	15,72063267	15
16	16,30352861	16,40629017	16,50985521	16,61423026	16,71942193	16,82543689	16
17	17,34428743	17,46097780	17,57864627	17,69730141	17,81695189	17,93760647	17
18	18,38764815	18,51918106	18,65189063	18,78578791	18,92088410	19,05719051	18
19	19,43361727	19,58091166	19,72960684	19,87971685	20,03125593	20,18423845	19
20	20,48220131	20,64618137	20,81181354	20,97911544	21,14810492	21,31880004	20
21	21,53340682	21,71500197	21,89852943	22,08401101	22,27146886	22,46092537	21
22	22,58724033	22,78738531	22,98977330	23,19443107	23,40138577	23,61066488	22
23	23,64370843	23,86334326	24,08556403	24,31040322	24,53789385	24,76806931	23
24	24,70281770	24,94288774	25,18592054	25,43195524	25,68103156	25,93318977	24
25	25,76457475	26,02603070	26,29086188	26,55911502	26,83083758	27,10607770	25
26	26,82898619	27,11278413	27,40040714	27,69191059	27,98735080	28,28678489	26
27	27,89605865	28,20316008	28,51457550	28,83037015	29,15061034	29,47536346	27
28	28,96579880	29,29717061	29,63338624	29,97452200	30,32065557	30,67186588	28
29	30,03821330	30,39482784	30,75685868	31,12439461	31,49752606	31,87634499	29
30	31,11330883	31,49614394	31,88501226	32,28001658	32,68126163	33,08885396	30
31	32,19109210	32,60113108	33,01786648	33,44141666	33,87190232	34,30944632	31
32	33,27156983	33,70980152	34,15544092	34,60862375	35,06948841	35,53817596	32
33	34,35474876	34,82216752	35,29775526	35,78166686	36,27406043	36,77509713	33
34	35,44063563	35,93824141	36,44482924	36,96057520	37,48565911	38,02026445	34
35	36,52923722	37,05803555	37,59668270	38,14537807	38,70432546	39,27373288	35
36	37,62056031	38,18156233	38,75333554	39,33610496	39,93010069	40,53555777	36
37	38,71461171	39,30883421	39,91480778	40,53278549	41,16302627	41,80579482	37
38	39,81139824	40,43986365	41,08111948	41,73544942	42,40314392	43,08450012	38
39	40,91092673	41,57466320	42,25229081	42,94412666	43,65049560	44,37173012	39
40	42,01320405	42,71324541	43,42834202	44,15884730	44,90512349	45,66754166	40
41	43,11823706	43,85562289	44,60929345	45,37964153	46,16707004	46,97199194	41
42	44,22603265	45,00180830	45,79516551	46,60653974	47,43637794	48,28513855	42
43	45,33659774	46,15181432	46,98597870	47,83957244	48,71309015	49,60703948	43
44	46,44993923	47,30565370	48,18175361	49,07877030	49,99724984	50,93775308	44
45	47,56606408	48,46333921	49,38251092	50,32416415	51,28890046	52,27733810	45
46	48,68497924	49,62488368	50,58827138	51,57578497	52,58808571	53,62585369	46
47	49,80669169	50,79029995	51,79905585	52,83366390	53,89484954	54,98335938	47
48	50,93120842	51,95960095	53,01488525	54,09783222	55,20923616	56,34991511	48
49	52,05853644	53,13279962	54,23578061	55,36832138	56,53129004	57,72558121	49
50	53,18868278	54,30990895	55,46176303	56,64516299	57,86105590	59,11041842	50

	TABLA I: Factor Valor Futuro de una anualidad ordinaria. 1						
n	0,25%	0,333333%	0,416667%	0,50%	0,583333%	0,666667%	n
51	54,32165449	55,49094198	56,69285371	57,92838880	59,19857872	60,50448788	51
52	55,45745862	56,67591178	57,92907393	59,21803075	60,54390376	61,90785114	52
53	56,59610227	57,86483149	59,17044508	60,51412090	61,89707653	63,32057015	53
54	57,73759252	59,05771426	60,41698860	61,81669150	63,25814281	64,74270728	54
55	58,88193650	60,25457330	61,66872605	63,12577496	64,62714864	66,17432533	55
56	60,02914135	61,45542188	62,92567908	64,44140384	66,00414034	67,61548750	56
57	61,17921420	62,66027328	64,18786941	65,76361086	67,38916449	69,06625742	57
58	62,33216223	63,86914086	65,45531887	67,09242891	68,78226794	70,52669914	58
59	63,48799264	65,08203799	66,72804937	68,42789105	70,18349784	71,99687714	59
60	64,64671262	66,29897812	68,00608291	69,77003051	71,59290157	73,47685632	60
61	65,80832940	67,51997471	69,28944159	71,11888066	73,01052683	74,96670203	61
62	66,97285023	68,74504129	70,57814760	72,47447507	74,43642157	76,46648005	62
63	68,14028235	69,97419142	71,87222322	73,83684744	75,87063402	77,97625659	63
64	69,31063306	71,20743872	73,17169082	75,20603168	77,31321272	79,49609830	64
65	70,48390964	72,44479685	74,47657286	76,58206184	78,76420646	81,02607229	65
66	71,66011942	73,68627951	75,78689192	77,96497215	80,22366433	82,56624611	66
67	72,83926971	74,93190043	77,10267064	79,35479701	81,69163570	84,11668775	67
68	74,02136789	76,18167343	78,42393177	80,75157099	83,16817024	85,67746567	68
69	75,20642131	77,43561234	79,75069815	82,15532885	84,65331790	87,24864878	69
70	76,39443736	78,69373105	81,08299273	83,56610549	86,14712891	88,83030644	70
71	77,58542345	79,95604348	82,42083854	84,98393602	87,64965383	90,42250849	71
72	78,77938701	81,22256362	83,76425870	86,40885570	89,16094347	92,02532521	72
73	79,97633548	82,49330550	85,11327645	87,84089998	90,68104897	93,63882738	73
74	81,17627632	83,76828318	86,46791510	89,28010448	92,21002176	95,26308624	74
75	82,37921701	85,04751079	87,82819809	90,72650500	93,74791355	96,89817348	75
76	83,58516505	86,33100249	89,19414891	92,18013752	95,29477637	98,54416131	76
77	84,79412797	87,61877250	90,56579120	93,64103821	96,85066257	100,20112239	77
78	86,00611329	88,91083507	91,94314867	95,10924340	98,41562476	101,86912987	78
79	87,22112857	90,20720451	93,32624513	96,58478962	99,98971590	103,54825741	79
80	88,43918139	91,50789519	94,71510448	98,06771357	101,57298924	105,23857913	80
81	89,66027934	92,81292151	96,10975076	99,55805214	103,16549834	106,94016966	81
82	90,88443004	94,12229791	97,51020805	101,05584240	104,76729708	108,65310413	82
83	92,11164112	95,43603890	98,91650059	102,56112161	106,37843964	110,37745816	83
84	93,34192022	96,75415903	100,32865268	104,07392722	107,99898054	112,11330788	84
85	94,57527502	98,07667289	101,74668874	105,59429685	109,62897459	113,86072994	85
86	95,81171321	99,40359513	103,17063328	107,12226834	111,26847693	115,61980148	86
87	97,05124249	100,73494044	104,60051092	108,65787968	112,91754305	117,39060016	87
88	98,29387060	102,07072357	106,03634638	110,20116908	114,57622871	119,17320416	88
89	99,53960527	103,41095931	107,47816450	111,75217492	116,24459004	120,96769219	89
90	100,78845429	104,75566251	108,92599019	113,31093580	117,92268348	122,77414348	90
91	102,04042542	106,10484805	110,37984848	114,87749048	119,61056579	124,59263777	91
92	103,29552649	107,45853087	111,83976452	116,45187793	121,30829409	126,42325536	92
93	104,55376530	108,81672597	113,30576354	118,03413732	123,01592580	128,26607707	93
94	105,81514972	110,17944838	114,77787090	119,62430800	124,73351870	130,12118425	94
95	107,07968759	111,54671321	116,25611203	121,22242954	126,46113089	131,98865882	95
96	108,34738681	112,91853558	117,74051250	122,82854169	128,19882081	133,86858322	96
97	109,61825528	114,29493070	119,23109797	124,44268440	129,94664726	135,76104044	97
98	110,89230091	115,67591380	120,72789422	126,06489782	131,70466937	137,66611405	98
99	112,16953167	117,06150017	122,23092711	127,69522231	133,47294660	139,58388815	99
100	113,44995550	118,45170517	123,74022265	129,33369842	135,25153879	141,51444741	100

TABLA I: Factor Valor Futuro de una anualidad ordinaria. 2

n	0,75000000%	1,00000000%	1,25000000%	1,50000000%	1,75000000%	2,00000000%	n
1	1,00000000	1,00000000	1,00000000	1,00000000	1,00000000	1,00000000	1
2	2,00750000	2,01000000	2,01250000	2,01500000	2,01750000	2,02000000	2
3	3,02255625	3,03010000	3,03765625	3,04522500	3,05280625	3,06040000	3
4	4,04522542	4,06040100	4,07562695	4,09090337	4,10623036	4,12160800	4
5	5,07556461	5,10100501	5,12657229	5,15226693	5,17808939	5,20404016	5
6	6,11363135	6,15201506	6,19065444	6,22955093	6,26870596	6,30812096	6
7	7,15948358	7,21353521	7,26803762	7,32299419	7,37840831	7,43428338	7
8	8,21317971	8,28567056	8,35888809	8,43283911	8,50753045	8,58296905	8
9	9,27477856	9,36852727	9,46337420	9,55933169	9,65641224	9,75462843	9
10	10,34433940	10,46221254	10,58166637	10,70272167	10,82539945	10,94972100	10
11	11,42192194	11,56683467	11,71393720	11,86326249	12,01484394	12,16871542	11
12	12,50758636	12,68250301	12,86036142	13,04121143	13,22510371	13,41208973	12
13	13,60139325	13,80932804	14,02111594	14,23682960	14,45654303	14,68033152	13
14	14,70340370	14,94742132	15,19637988	15,45038205	15,70953253	15,97393815	14
15	15,81367923	16,09689554	16,38633463	16,68213778	16,98444935	17,29341692	15
16	16,93228183	17,25786449	17,59116382	17,93236984	18,28167721	18,63928525	16
17	18,05927394	18,43044314	18,81105336	19,20135539	19,60160656	20,01207096	17
18	19,19471849	19,61474757	20,04619153	20,48937572	20,94463468	21,41231238	18
19	20,33867888	20,81089504	21,29676893	21,79671636	22,31116578	22,84055863	19
20	21,49121897	22,01900399	22,56297854	23,12366710	23,70161119	24,29736980	20
21	22,65240312	23,23919403	23,84501577	24,47052211	25,11638938	25,78331719	21
22	23,82229614	24,47158598	25,14307847	25,83757994	26,55592620	27,29898354	22
23	25,00096336	25,71630183	26,45736695	27,22514364	28,02065490	28,84496321	23
24	26,18847059	26,97346485	27,78808403	28,63352080	29,51101637	30,42186247	24
25	27,38488412	28,24319950	29,13543508	30,06302361	31,02745915	32,03029972	25
26	28,59027075	29,52563150	30,49962802	31,51396896	32,57043969	33,67090572	26
27	29,80469778	30,82088781	31,88087337	32,98667850	34,14042238	35,34432383	27
28	31,02823301	32,12909669	33,27938429	34,48147867	35,73787977	37,05121031	28
29	32,26094476	33,45038766	34,69537659	35,99870085	37,36329267	38,79223451	29
30	33,50290184	34,78489153	36,12906880	37,53868137	39,01715029	40,56807921	30
31	34,75417361	36,13274045	37,58068216	39,10176159	40,69995042	42,37944079	31
32	36,01482991	37,49406785	39,05044069	40,68828801	42,41219955	44,22702961	32
33	37,28494113	38,86900853	40,53857120	42,29861233	44,15441305	46,11157020	33
34	38,56457819	40,25769862	42,04530334	43,93309152	45,92711527	48,03380160	34
35	39,85381253	41,66027560	43,57086963	45,59208789	47,73083979	49,99447763	35
36	41,15271612	43,07687836	45,11550550	47,27596921	49,56612949	51,99436719	36
37	42,46136149	44,50764714	46,67944932	48,98510874	51,43353675	54,03425453	37
38	43,77982170	45,95272361	48,26294243	50,71988538	53,33362365	56,11493962	38
39	45,10817037	47,41225085	49,86622921	52,48068366	55,26696206	58,23723841	39
40	46,44648164	48,88637336	51,48955708	54,26789391	57,23413390	60,40198318	40
41	47,79483026	50,37523709	53,13317654	56,08191232	59,23573124	62,61002284	41
42	49,15329148	51,87898946	54,79734125	57,92314100	61,27235654	64,86222330	42
43	50,52194117	53,39777936	56,48230801	59,79198812	63,34462278	67,15946777	43
44	51,90085573	54,93175715	58,18833687	61,68886794	65,45315367	69,50265712	44
45	53,29011215	56,48107472	59,91569108	63,61420096	67,59858386	71,89271027	45
46	54,68978799	58,04588547	61,66463721	65,56841398	69,78155908	74,33056447	46
47	56,09996140	59,62634432	63,43544518	67,55194018	72,00273637	76,81717576	47
48	57,52071111	61,22260777	65,22838824	69,56521929	74,26278425	79,35351927	48
49	58,95211644	62,83483385	67,04374310	71,60869758	76,56238298	81,94058966	49
50	60,39425732	64,46318218	68,88178989	73,68282804	78,90222468	84,57940145	50

	TABLA I: Factor Valor Futuro de una anualidad ordinaria. 3						
n	0,75000000%	1,00000000%	1,25000000%	1,50000000%	1,75000000%	2,00000000%	n
51	61,84721424	66,10781401	70,74281226	75,78807046	81,28301361	87,27098948	51
52	63,31106835	67,76889215	72,62709741	77,92489152	83,70546635	90,01640927	52
53	64,78590136	69,44658107	74,53493613	80,09376489	86,17031201	92,81673746	53
54	66,27179562	71,14104688	76,46662283	82,29517136	88,67829247	95,67307221	54
55	67,76883409	72,85245735	78,42245562	84,52959893	91,23016259	98,58653365	55
56	69,27710035	74,58098192	80,40273631	86,79754292	93,82669043	101,55826432	56
57	70,79667860	76,32679174	82,40777052	89,09950606	96,46865752	104,58942961	57
58	72,32765369	78,09005966	84,43786765	91,43599865	99,15685902	107,68121820	58
59	73,87011109	79,87096025	86,49334099	93,80753863	101,89210405	110,83484257	59
60	75,42413693	81,66966986	88,57450776	96,21465171	104,67521588	114,05153942	60
61	76,98981795	83,48636655	90,68168910	98,65787149	107,50703215	117,33257021	61
62	78,56724159	85,32123022	92,81521022	101,13773956	110,38840522	120,67922161	62
63	80,15649590	87,17444252	94,97540034	103,65480565	113,32020231	124,09280604	63
64	81,75766962	89,04618695	97,16259285	106,20962774	116,30330585	127,57466216	64
65	83,37085214	90,93664882	99,37712526	108,80277215	119,33861370	131,12615541	65
66	84,99613353	92,84601531	101,61933933	111,43481374	122,42703944	134,74867852	66
67	86,63360453	94,77447546	103,88958107	114,10633594	125,56951263	138,44365209	67
68	88,28335657	96,72222021	106,18820083	116,81793098	128,76697910	142,21252513	68
69	89,94548174	98,68944242	108,51555334	119,57019995	132,02040124	146,05677563	69
70	91,62007285	100,67633684	110,87199776	122,36375295	135,33075826	149,97791114	70
71	93,30722340	102,68310021	113,25789773	125,19920924	138,69904653	153,97746937	71
72	95,00702758	104,70993121	115,67362145	128,07719738	142,12627984	158,05701875	72
73	96,71958028	106,75703052	118,11954172	130,99835534	145,61348974	162,21815913	73
74	98,44497714	108,82460083	120,59603599	133,96333067	149,16172581	166,46252231	74
75	100,18331446	110,91284684	123,10348644	136,97278063	152,77205601	170,79177276	75
76	101,93468932	113,02197530	125,64228002	140,02737234	156,44556699	175,20760821	76
77	103,69919949	115,15219506	128,21280852	143,12778292	160,18336441	179,71176038	77
78	105,47694349	117,30371701	130,81546863	146,27469967	163,98657329	184,30599558	78
79	107,26802056	119,47675418	133,45066199	149,46882016	167,85633832	188,99211549	79
80	109,07253072	121,67152172	136,11879526	152,71085247	171,79382424	193,77195780	80
81	110,89057470	123,88823694	138,82028020	156,00151525	175,80021617	198,64739696	81
82	112,72225401	126,12711931	141,55553370	159,34153798	179,87671995	203,62034490	82
83	114,56767091	128,38839050	144,32497787	162,73166105	184,02456255	208,69275180	83
84	116,42692845	130,67227440	147,12904010	166,17263597	188,24499239	213,86660683	84
85	118,30013041	132,97899715	149,96815310	169,66522551	192,53927976	219,14393897	85
86	120,18738139	135,30878712	152,84275501	173,21020389	196,90871716	224,52681775	86
87	122,08878675	137,66187499	155,75328945	176,80835695	201,35461971	230,01735411	87
88	124,00445265	140,03849374	158,70020557	180,46048230	205,87832555	235,61770119	88
89	125,93448604	142,43887868	161,68395814	184,16738954	210,48119625	241,33005521	89
90	127,87899469	144,86326746	164,70500762	187,92990038	215,16461718	247,15665632	90
91	129,83808715	147,31190014	167,76382021	191,74884889	219,92999798	253,09978944	91
92	131,81187280	149,78501914	170,86086796	195,62508162	224,77877295	259,16178523	92
93	133,80046185	152,28286933	173,99662881	199,55945784	229,71240148	265,34502094	93
94	135,80396531	154,80569803	177,17158667	203,55284971	234,73236850	271,65192135	94
95	137,82249505	157,35375501	180,38623151	207,60614246	239,84018495	278,08495978	95
96	139,85616377	159,92729256	183,64105940	211,72023459	245,03738819	284,64665898	96
97	141,90508499	162,52656548	186,93657264	215,89603811	250,32554248	291,33959216	97
98	143,96937313	165,15183114	190,27327980	220,13447868	255,70623947	298,16638400	98
99	146,04914343	167,80334945	193,65169580	224,43649586	261,18109866	305,12971168	99
100	148,14451201	170,48138294	197,07234200	228,80304330	266,75176789	312,23230591	100

	TABLA IIFactor VA de una anualidad ordinaria						
n	0,25%	0,333333%	0,416667%	0,50%	0,583333%	0,666667%	n
1	0,99750623	0,99667774	0,99585062	0,99502488	0,99420050	0,99337748	1
2	1,99252492	1,99004426	1,98756908	1,98509938	1,98263513	1,98017631	2
3	2,98506227	2,98011056	2,97517253	2,97024814	2,96533732	2,96044004	3
4	3,97512446	3,96688760	3,95867804	3,95049566	3,94234034	3,93421196	4
5	4,96271766	4,95038631	4,93810261	4,92586633	4,91367722	4,90153506	5
6	5,94784804	5,93061759	5,91346318	5,89638441	5,87938083	5,86245205	6
7	6,93052174	6,90759228	6,88477661	6,86207404	6,83948385	6,81700534	7
8	7,91074487	7,88132121	7,85205970	7,82295924	7,79401874	7,76523710	8
9	8,88852357	8,85181516	8,81532916	8,77906392	8,74301780	8,70718917	9
10	9,86386391	9,81908488	9,77460165	9,73041186	9,68651314	9,64290315	10
11	10,83677198	10,78314107	10,72989376	10,67702673	10,62453668	10,57242034	11
12	11,80725384	11,74399443	11,68122200	11,61893207	11,55712014	11,49578180	12
13	12,77531555	12,70165557	12,62860282	12,55615131	12,48429509	12,41302828	13
14	13,74096314	13,65613512	13,57205260	13,48870777	13,40609288	13,32420027	14
15	14,70420264	14,60744365	14,51158765	14,41662465	14,32254470	14,22933802	15
16	15,66504004	15,55559167	15,44722422	15,33992502	15,23368156	15,12848148	16
17	16,62348133	16,50058971	16,37897848	16,25863186	16,13953428	16,02167034	17
18	17,57953250	17,44244822	17,30686653	17,17276802	17,04013350	16,90894405	18
19	18,53319950	18,38117762	18,23090443	18,08235624	17,93550969	17,79034177	19
20	19,48448828	19,31678833	19,15110814	18,98741915	18,82569315	18,66590242	20
21	20,43340477	20,24929070	20,06749359	19,88797925	19,71071399	19,53566465	21
22	21,37995488	21,17869505	20,98007660	20,78405896	20,59060214	20,39966687	22
23	22,32414452	22,10501167	21,88887296	21,67568055	21,46538738	21,25794722	23
24	23,26597957	23,02825084	22,79389838	22,56286622	22,33509930	22,11054360	24
25	24,20546591	23,94842276	23,69516852	23,44563803	23,19976733	22,95749364	25
26	25,14260939	24,86553764	24,59269894	24,32401794	24,05942071	23,79883474	26
27	26,07741585	25,77960562	25,48650516	25,19802780	24,91408853	24,63460405	27
28	27,00989112	26,69063683	26,37660265	26,06768936	25,76379970	25,46483846	28
29	27,94004102	27,59864136	27,26300679	26,93302423	26,60858296	26,28957462	29
30	28,86787134	28,50362927	28,14573290	27,79405397	27,44846691	27,10884896	30
31	29,79338787	29,40561056	29,02479625	28,65079997	28,28347994	27,92269765	31
32	30,71659638	30,30459525	29,90021203	29,50328355	29,11365032	28,73115660	32
33	31,63750262	31,20059327	30,77199538	30,35152592	29,93900611	29,53426152	33
34	32,55611234	32,09361456	31,64016138	31,19554818	30,75957526	30,33204787	34
35	33,47243126	32,98366900	32,50472502	32,03537132	31,57538551	31,12455086	35
36	34,38646510	33,87076644	33,36570126	32,87101624	32,38646447	31,91180549	36
37	35,29821955	34,75491672	34,22310499	33,70250372	33,19283957	32,69384651	37
38	36,20770030	35,63612962	35,07695103	34,52985445	33,99453810	33,47070846	38
39	37,11491302	36,51441491	35,92725413	35,35308900	34,79158718	34,24242562	39
40	38,01986336	37,38978230	36,77402901	36,17222786	35,58401377	35,00903207	40
41	38,92255697	38,26224150	37,61729030	36,98729141	36,37184467	35,77056166	41
42	39,82299947	39,13180216	38,45705258	37,79829991	37,15510655	36,52704800	42
43	40,72119648	39,99847391	39,29333037	38,60527354	37,93382590	37,27852450	43
44	41,61715359	40,86226636	40,12613813	39,40823238	38,70802907	38,02502434	44
45	42,51087640	41,72318906	40,95549025	40,20719640	39,47774224	38,76658047	45
46	43,40237047	42,58125156	41,78140108	41,00218547	40,24299146	39,50322563	46
47	44,29164137	43,43646335	42,60388489	41,79321937	41,00380261	40,23499235	47
48	45,17869463	44,28883391	43,42295590	42,58031778	41,76020144	40,96191293	48
49	46,06353580	45,13837267	44,23862828	43,36350028	42,51221353	41,68401946	49
50	46,94617037	45,98508904	45,05091613	44,14278635	43,25986432	42,40134383	50

TABLA II: Factor Valor Aactual de una anualidad ordinaria. 1

n	0,25%	0,333333%	0,416667%	0,50%	0,583333%	0,666667%	n
51	47,82660386	46,82899240	45,85983349	44,91819537	44,00317911	43,11391772	51
52	48,70484176	47,67009209	46,66539435	45,68974664	44,74218304	43,82177256	52
53	49,58088953	48,50839744	47,46761263	46,45745934	45,47690112	44,52493963	53
54	50,45475265	49,34391771	48,26650220	47,22135258	46,20735820	45,22344996	54
55	51,32643656	50,17666217	49,06207688	47,98144535	46,93357899	45,91733440	55
56	52,19594669	51,00664004	49,85435041	48,73775657	47,65558806	46,60662357	56
57	53,06328847	51,83386051	50,64333651	49,49030505	48,37340984	47,29134792	57
58	53,92846730	52,65833273	51,42904881	50,23910950	49,08706861	47,97153767	58
59	54,79148858	53,48006585	52,21150088	50,98418855	49,79658851	48,64722285	59
60	55,65235769	54,29906895	52,99070627	51,72556075	50,50199355	49,31843329	60
61	56,51107999	55,11535112	53,76667844	52,46324453	51,20330759	49,98519863	61
62	57,36766083	55,92892138	54,53943081	53,19725824	51,90055436	50,64754831	62
63	58,22210557	56,73978876	55,30897674	53,92762014	52,59375744	51,30551156	63
64	59,07441952	57,54796222	56,07532953	54,65434839	53,28294029	51,95911744	64
65	59,92460800	58,35345072	56,83850244	55,37746109	53,96812622	52,60839481	65
66	60,77267631	59,15626317	57,59850865	56,09697621	54,64933842	53,25337232	66
67	61,61862974	59,95640848	58,35536131	56,81291165	55,32659992	53,89407847	67
68	62,46247355	60,75389550	59,10907350	57,52528522	55,99993364	54,53054152	68
69	63,30421302	61,54873306	59,85965826	58,23411465	56,66936236	55,16278959	69
70	64,14385339	62,34092996	60,60712855	58,93941756	57,33490873	55,79085058	70
71	64,98139989	63,13049498	61,35149731	59,64121151	57,99659526	56,41475223	71
72	65,81685774	63,91743686	62,09277740	60,33951394	58,65444434	57,03452208	72
73	66,65023216	64,70176431	62,83098164	61,03434222	59,30847822	57,65018750	73
74	67,48152834	65,48348603	63,56612280	61,72571366	59,95871902	58,26177566	74
75	68,31075146	66,26261066	64,29821357	62,41364543	60,60518876	58,86931357	75
76	69,13790670	67,03914684	65,02726663	63,09815466	61,24790929	59,47282804	76
77	69,96299920	67,81310317	65,75329456	63,77925836	61,88690236	60,07234574	77
78	70,78603411	68,58448821	66,47630994	64,45697350	62,52218959	60,66789311	78
79	71,60701657	69,35331051	67,19632525	65,13131691	63,15379247	61,25949647	79
80	72,42595169	70,11957858	67,91335294	65,80230538	63,78173237	61,84718192	80
81	73,24284458	70,88330091	68,62740541	66,46995561	64,40603052	62,43097542	81
82	74,05770033	71,64448596	69,33849502	67,13428419	65,02670806	63,01090273	82
83	74,87052402	72,40314216	70,04663404	67,79530765	65,64378598	63,58698946	83
84	75,68132072	73,15927790	70,75183472	68,45304244	66,25728515	64,15926106	84
85	76,49009548	73,91290156	71,45410927	69,10750491	66,86722633	64,72774277	85
86	77,29685335	74,66402150	72,15346981	69,75871135	67,47363016	65,29245970	86
87	78,10159935	75,41264601	72,84992844	70,40667796	68,07651715	65,85343679	87
88	78,90433850	76,15878340	73,54349720	71,05142086	68,67590769	66,41069879	88
89	79,70507581	76,90244193	74,23418808	71,69295608	69,27182206	66,96427032	89
90	80,50381627	77,64362984	74,92201302	72,33129958	69,86428043	67,51417581	90
91	81,30056486	78,38235532	75,60698392	72,96646725	70,45330283	68,06043955	91
92	82,09532654	79,11862657	76,28911261	73,59847487	71,03890920	68,60308564	92
93	82,88810628	79,85245173	76,96841090	74,22733818	71,62111933	69,14213805	93
94	83,67890900	80,58383894	77,64489052	74,85307282	72,19995294	69,67762058	94
95	84,46773966	81,31279629	78,31856317	75,47569434	72,77542961	70,20955686	95
96	85,25460315	82,03933185	78,98944050	76,09521825	73,34756879	70,73797039	96
97	86,03950439	82,76345367	79,65753410	76,71165995	73,91638985	71,26288449	97
98	86,82244827	83,48516978	80,32285553	77,32503478	74,48191204	71,78432234	98
99	87,60343967	84,20448815	80,98541630	77,93535799	75,04415447	72,30230696	99
100	88,38248346	84,92141677	81,64522785	78,54264477	75,60313618	72,81686122	100

TABLA II:Factor Valor Actual de una anualidad ordinaria. 2

n	0,75000000%	1,00000000%	1,25000000%	1,50000000%	1,75000000%	2,00000000%	n
1	0,99255583	0,99009901	0,98765432	0,98522167	0,98280098	0,98039216	1
2	1,97772291	1,97039506	1,96311538	1,95588342	1,94869875	1,94156094	2
3	2,95555624	2,94098521	2,92653371	2,91220042	2,89798403	2,88388327	3
4	3,92611041	3,90196555	3,87805798	3,85438465	3,83094254	3,80772870	4
5	4,88943961	4,85343124	4,81783504	4,78264497	4,74785508	4,71345951	5
6	5,84559763	5,79547647	5,74600992	5,69718717	5,64899762	5,60143089	6
7	6,79463785	6,72819453	6,66272585	6,59821396	6,53464139	6,47199107	7
8	7,73661325	7,65167775	7,56812429	7,48592508	7,40505297	7,32548144	8
9	8,67157642	8,56601758	8,46234498	8,36051732	8,26049432	8,16223671	9
10	9,59957958	9,47130453	9,34552591	9,22218455	9,10122291	8,98258501	10
11	10,52067452	10,36762825	10,21780337	10,07111779	9,92749181	9,78684805	11
12	11,43491267	11,25507747	11,07931197	10,90750521	10,73954969	10,57534122	12
13	12,34234508	12,13374007	11,93018466	11,73153222	11,53764097	11,34837375	13
14	13,24302242	13,00370304	12,77055275	12,54338150	12,32200587	12,10624877	14
15	14,13699495	13,86505252	13,60054592	13,34323301	13,09288046	12,84926350	15
16	15,02431261	14,71787378	14,42029227	14,13126405	13,85049677	13,57770931	16
17	15,90502492	15,56225127	15,22991829	14,90764931	14,59508282	14,29187188	17
18	16,77918107	16,39826858	16,02954893	15,67256089	15,32686272	14,99203125	18
19	17,64682984	17,22600850	16,81930759	16,42616837	16,04605673	15,67846201	19
20	18,50801969	18,04555297	17,59931613	17,16863879	16,75288130	16,35143334	20
21	19,36279870	18,85698313	18,36969495	17,90013673	17,44754919	17,01120916	21
22	20,21121459	19,66037934	19,13056291	18,62082437	18,13026948	17,65804820	22
23	21,05331473	20,45582113	19,88203744	19,33086145	18,80124764	18,29220412	23
24	21,88914614	21,24338726	20,62423451	20,03040537	19,46068565	18,91392560	24
25	22,71875547	22,02315570	21,35726865	20,71961120	20,10878196	19,52345647	25
26	23,54218905	22,79520366	22,08125299	21,39863172	20,74573166	20,12103576	26
27	24,35949286	23,55960759	22,79629925	22,06761746	21,37172644	20,70689780	27
28	25,17071251	24,31644316	23,50251778	22,72671671	21,98695474	21,28127236	28
29	25,97589331	25,06578530	24,20001756	23,37607558	22,59160171	21,84438466	29
30	26,77508021	25,80770822	24,88890623	24,01583801	23,18584934	22,39645555	30
31	27,56831783	26,54228537	25,56929010	24,64614582	23,76987650	22,93770152	31
32	28,35565045	27,26958947	26,24127418	25,26713874	24,34385897	23,46833482	32
33	29,13712203	27,98969255	26,90496215	25,87895442	24,90796951	23,98856355	33
34	29,91277621	28,70266589	27,56045644	26,48172849	25,46237789	24,49859172	34
35	30,68265629	29,40858009	28,20785822	27,07559458	26,00725100	24,99861933	35
36	31,44680525	30,10750504	28,84726737	27,66068431	26,54275283	25,48884248	36
37	32,20526576	30,79950994	29,47878259	28,23712740	27,06904455	25,96945341	37
38	32,95808016	31,48466330	30,10250133	28,80505163	27,58628457	26,44064060	38
39	33,70529048	32,16303298	30,71851983	29,36458288	28,09462857	26,90258883	39
40	34,44693844	32,83468611	31,32693316	29,91584520	28,59422955	27,35547924	40
41	35,18306545	33,49968922	31,92783522	30,45896079	29,08523789	27,79948945	41
42	35,91371260	34,15810814	32,52131874	30,99405004	29,56780136	28,23479358	42
43	36,63892070	34,81000806	33,10747530	31,52123157	30,04206522	28,66156233	43
44	37,35873022	35,45545352	33,68639536	32,04062223	30,50817221	29,07996307	44
45	38,07318136	36,09450844	34,25816825	32,55233718	30,96626261	29,49015987	45
46	38,78231401	36,72723608	34,82288222	33,05648983	31,41647431	29,89231360	46
47	39,48616775	37,35369909	35,38062442	33,55319195	31,85894281	30,28658196	47
48	40,18478189	37,97395949	35,93148091	34,04255365	32,29380129	30,67311957	48
49	40,87819542	38,58807871	36,47553670	34,52468339	32,72118063	31,05207801	49
50	41,56644707	39,19611753	37,01287575	34,99968807	33,14120946	31,42360589	50

En una economía con cambios en innovaciones contantes que imponen nuevos retos financieros, que son de vital importancia en las organizaciones y en la vida personal, exige tener conocimientos en las finanzas; por tanto, el presente libro contiene un valor agregado para docentes, estudiantes y lectores en el escenario de finanzas, administración, contabilidad, economía, comercio donde las matemáticas financieras, se convierte en una herramienta de gestión que permite a las empresas públicas, privadas y personas naturales realizar cálculos, análisis y estudios que permitan toma de decisiones financieras oportunas, como: endeudamiento, inversiones, amortizaciones, entre otros tema de interés. Los autores exponen paso a paso ejercicios resueltos y respuesta a los propuestos; también incluye una síntesis teórica en cada unidad, acompañada de ejercicios con el objeto de reforzar el contenido de la materia explicada y proporcionar al estudiante las aplicaciones prácticas que le permitirán familiarizarse con la metodología.

Luis Gonzalo Merino Chávez, nació en Riobamba, Provincia de Chimborazo, con 15 años de experiencia docente y profesional. Su formación de Ingeniero en Banca y Finanzas, en la Facultad de Administración de Empresas de la Escuela Superior Politécnica de Chimborazo (ESPOCH), obtuvo una maestría en Contabilidad y Auditoría en la Universidad de Chimborazo, y otra maestría en Tributación y Finanzas en Universidad de Guayaquil. Profesor titular de la ESPOCH en las asignaturas, Matemáticas financieras, Contabilidad de costos, Normas de Información financiera y otras. Experiencia profesional como director financiero del Municipio Pedro Moncayo en la provincia de Pichincha, auditor externo en varias instituciones, autor de libro Casos prácticos resueltos en el sistema de costos por órdenes de producción; ha realizado varias ponencias nacionales e internacionales.

Luz Maribel Vallejo Chávez, nació en Riobamba, Provincia de Chimborazo, con 14 años de experiencia docente y profesional. Su formación de Ingeniera de Empresas y Tecnóloga en Marketing, en la Facultad de Administración de Empresas de la Escuela Superior Politécnica de Chimborazo (ESPOCH); obtuvo una maestría en Docencia Universitaria e Investigación Educativa en la Universidad de Loja, máster en Marketing Turístico y Hotelero título obtenido en la Universidad de Chimborazo y máster Formulación y Elaboración de Proyectos de Desarrollo título obtenido en la ESPOCH, Doctora en Ciencias Contables y Empresariales en la Universidad San Marcos Lima-Perú. Profesora ocasional de la ESPOCH en las asignaturas, Marketing, Emprendimientos, Gestión del Talento Humano, Auditoría, Calidad y Productividad, Comercio Internacional y otras relacionadas.

Experiencia profesional como director ejecutivo de la Cámara de Industrias, gerente propietaria de Casa Comercial Markeby, autora de libros Gestión del talento Humano, Marketing de productos y servicios y Guía práctica de emprendimientos; ha realizado varios artículos en revistas indexadas y ponencias nacionales e internacionales.

Irma Yolanda Garrido Bayas, nació en Riobamba, Provincia de Chimborazo, con 30 años de experiencia docente y profesional. Su formación de Ingeniera de empresas en la Facultad de Administración de Empresas de la Escuela Superior Politécnica de Chimborazo (ESPOCH); obtuvo una maestría en Gerencia Empresarial en la Universidad de Machala, y otra en Docencia Universitaria e Investigación Educativa en la Universidad de Loja, Profesora titular, en la Facultad de Administración de Empresas de la ESPOCH, en las asignaturas, Contabilidad financiera 1 y 2 costos 1 y 2 entre otras. en las asignaturas. Experiencia profesional como contador en instituciones públicas y OMG; autora de libro Casos prácticos resueltos en el sistema de costos por órdenes de producción; ha realizado publicaciones de artículos científicos en revistas indexadas y varias ponencias nacionales e internacionales.